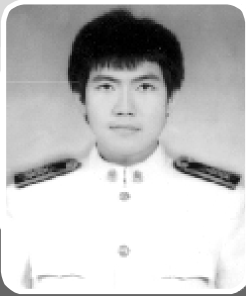
วิชา
คณิตศาสตร์ (O NET)

BRAND'S SUMMER CAMP 2010
ปีที่ 21

โดย อ.ตุลนันท์ นวลเพ็ญ
โรงเรียนสายปัญญา



เซต

เซตจำกัด คือ เซตที่สามารถระบุจำนวนสมาชิกได้
เซตอนันต์ คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกมากมาย
เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิก หรือมีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วย ϕ หรือ { }

ตัวอย่างที่ 1 ให้ A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตอนันต์ ข้อความใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**
1) มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ A
2) มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ B
*3) มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ A
4) มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ B

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

ให้ $n(A)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต A
1. $n(U) = n(A) + n(A')$
2. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
3. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
4. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้ากำหนดจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ตามตารางต่อไปนี้

เซต	$A \cup B$	$A \cup C$	$B \cup C$	$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$
จำนวนสมาชิก	25	27	26	30	7

แล้วจำนวนสมาชิกของ $(A \cap B) \cup C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) 23 2) 24 3) 25 4) 26

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 46 คน แต่ละคนมีเสื้อสีเหลืองหรือเสื้อสีฟ้าอย่างน้อยสีละหนึ่งตัว ถ้านักเรียน 39 คนมีเสื้อสีเหลือง และ 19 คนมีเสื้อสีฟ้า แล้วนักเรียนกลุ่มนี้ที่มีทั้งเสื้อสีเหลืองและเสื้อสีฟ้ามีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 9 2) 10 3) 11 *4) 12

ตัวอย่างที่ 4 นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน มี 32 คน ไม่ชอบเล่นกีฬาและไม่ชอบฟังเพลง ถ้ามี 6 คน ชอบฟังเพลงแต่ไม่ชอบเล่นกีฬา และมี 1 คน ชอบเล่นกีฬาแต่ไม่ชอบฟังเพลง แล้วนักเรียนในกลุ่มนี้ที่ชอบเล่นกีฬาและชอบฟังเพลงมีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) 11 คน 2) 12 คน 3) 17 คน 4) 18 คน

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ A และ B เป็นเซต ซึ่ง $n(A \cup B) = 88$ และ $n[(A - B) \cup (B - A)] = 76$ ถ้า $n(A) = 45$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 45 2) 48 3) 53 *4) 55

ตัวอย่างที่ 6 ในการสอบถามพ่อบ้านจำนวน 300 คน พบว่ามีคนที่**ไม่ดื่ม**ทั้งชาและกาแฟ 100 คน มีคนที่ดื่มชา 100 คน และมีคนที่ดื่มกาแฟ 150 คน พ่อบ้านที่ดื่มทั้งชาและกาแฟมีจำนวนเท่าใด **(ตอบ 50 คน)**

สับเซต

บทนิยาม เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และเขียนเป็นสัญลักษณ์ คือ $A \subset B$

ตัวอย่างที่ 7 ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ เนื่องจากสมาชิกของเซต A ทุกตัวเป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น $A \subset B$

เพาเวอร์เซต

บทนิยาม เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วย P(A)

ตัวอย่างที่ 8 ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ จะได้สับเซตทั้งหมดของ A ได้แก่

$\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

สมบัติของสับเซตและเพาเวอร์เซต

1. ϕ เป็นสับเซตของเซตทุกเซต
2. ϕ เป็นสมาชิกของเพาเวอร์เซตเสมอ
3. $A \subset A$
4. $A \in P(A)$
5. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \subset P(B)$
6. จำนวนสับเซตของเซต A ทั้งหมดเท่ากับ $2^{n(A)}$
7. จำนวนสมาชิกของ P(A) ทั้งหมดเท่ากับ $2^{n(A)}$

การดำเนินการทางเซต

1. **ยูเนียน** เซต A ยูเนียนกับเซต B คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A **หรือ**เซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

2. **อินเตอร์เซกชัน** เซต A อินเตอร์เซกชันกับเซต B คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของเซต A **และ**เซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

3. **ผลต่าง** ผลต่างของ A และ B คือ เซตที่มีสมาชิกในเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกในเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$

4. **คอมพลีเมนต์** ถ้า A เป็นเซตเซตใดในเอกภพสัมพันธ์ U แล้ว คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย A'

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดให้
$U = \{1, 2, 3, ..., 10\}$
$A = \{1, 2, 4, 8\}$
$B = \{2, 4, 6, 10\}$

จะได้
$A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$
$A \cap B = \{2, 4\}$
$A - B = \{1, 8\}$
$B - A = \{6, 10\}$
$A' = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

และ $B' = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$

ตัวอย่างที่ 10 ถ้า $A - B = \{2, 4, 6\}$, $B - A = \{0, 1, 3\}$ และ $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ แล้ว $A \cap B$ เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $\{0, 1, 4, 5, 6, 7\}$
2) $\{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$
*3) $\{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$
4) $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$

การให้เหตุผล

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริง จากการสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้งจากกรณีย่อยแล้วนำมาสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

หมายถึง วิธีการสรุปข้อเท็จจริงโดยการนำความรู้พื้นฐาน ความเชื่อ ข้อตกลง หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยหรือนิรนัย

1) **เหตุ** 1. นัทชอบทานไอศกรีม
2. แนทชอบทานไอศกรีม
ผล เด็กทุกคนชอบทานไอศกรีม

2) **เหตุ** 1. เด็กทุกคนชอบทานไอศกรีม
2. แนทเป็นเด็ก
ผล แนทชอบทานไอศกรีม

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า a จากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้

1, 4, 9, 16, 25, a

2, 4, 8, 16, 32, a

ความสมเหตุสมผล

ส่วนประกอบของการให้เหตุผล

การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

1. a เป็นสมาชิกของ A
2. a ไม่เป็นสมาชิกของ A

3. สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B　　4. ไม่มีสมาชิกตัวใดใน A เป็นสมาชิกของ B

5. สมาชิกบางตัวของ A เป็นสมาชิกของ B　　6. สมาชิกบางตัวของ A ไม่เป็นสมาชิกของ B

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดเหตุให้ดังต่อไปนี้

เหตุ ก. ทุกจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานครเป็นจังหวัดที่มีอากาศดี

ข. เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่มีอากาศไม่ดี

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้**สมเหตุสมผล**

*1) เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่อยู่ไม่ไกลจากกรุงเทพมหานคร

2) นราธิวาสเป็นจังหวัดที่อยู่ไม่ไกลจากกรุงเทพมหานคร

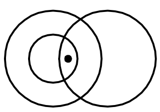
3) เชียงใหม่เป็นจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานคร

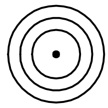
4) นราธิวาสเป็นจังหวัดที่อยู่ไกลจากกรุงเทพมหานคร

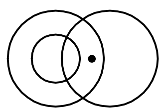
ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

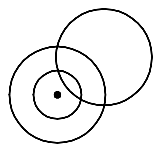
1. คนตีกอล์ฟทุกคนเป็นคนสายตาดี
2. คนที่ตีกอล์ฟได้ไกลกว่า 300 หลา บางคน เป็นคนสายตาดี
3. ธงชัยตีกอล์ฟเก่งแต่ตีได้ไม่ไกลกว่า 300 หลา

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้างต้น เมื่อจุดแทนธงชัย

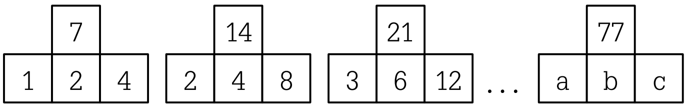
1) 

2) 

*3) 

4) 

ตัวอย่างที่ 5 จากแบบรูปต่อไปนี้



โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย $2a - b + c$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 11 2) 22 3) 33 *4) 44

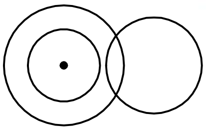
ตัวอย่างที่ 6 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

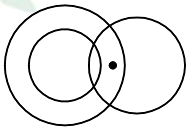
ก. นักกีฬาทุกคนมีสุขภาพดี

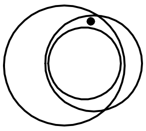
ข. คนที่มีสุขภาพดีบางคนเป็นคนดี

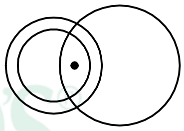
ค. ภราดรเป็นนักกีฬา และเป็นคนดี

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้อข้างต้น เมื่อจุดแทนภราดร

1) 

2) 

3) 

*4) 

ตัวอย่างที่ 7 **เหตุ** 1. ไม่มีคนขยันคนใดเป็นคนตกงาน

2. มีคนตกงานที่เป็นคนใช้เงินเก่ง

3. มีคนขยันที่ไม่เป็นคนใช้เงินเก่ง

ผล ในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นการสรุปผลจากเหตุข้างต้นที่เป็นไปอย่างสมเหตุสมผล

1) มีคนขยันที่เป็นคนใช้เงินเก่ง *2) มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนตกงาน

3) มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนขยัน 4) มีคนตกงานที่เป็นคนขยัน

ระบบจำนวนจริง

แผนผังแสดงความสัมพันธ์ของระบบจำนวน

- จำนวนเชิงซ้อน
  - จำนวนจริง (R)
    - จำนวนอตรรกยะ (Q′)
    - จำนวนตรรกยะ (Q)
      - จำนวนตรรกยะ (I′) ที่ไม่ใช้จำนวนเต็ม
      - จำนวนเต็ม (I)
        - จำนวนเต็มลบ (I^-)
        - จำนวนเต็มศูนย์ (I^0)
        - จำนวนเต็มบวก (I^+) (จำนวนนับ) (N)
  - จำนวนจินตภาพ

จำนวนอตรรกยะ หมายถึง จำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม หรือทศนิยมซ้ำได้ เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $-\sqrt{3}$, π, 2.17254... เป็นต้น

จำนวนตรรกยะ หมายถึง จำนวนที่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. มีจำนวน**<u>ตรรกยะ</u>**ที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0

ข. มีจำนวน**<u>อตรรกยะ</u>**ที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก และ ข. ผิด 2) ก. และ ข. ถูก 3) ก. ผิด และ ข. ถูก *4) ก. และ ข. ผิด

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ค่าประมาณที่ถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ของ $\sqrt{3}$ และ $\sqrt{5}$ คือ 1.732 และ 2.236 ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $2.235 + 1.731 \le \sqrt{5} + \sqrt{3} \le 2.237 + 1.733$

ข. $2.235 - 1.731 \le \sqrt{5} - \sqrt{3} \le 2.237 - 1.733$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

*1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

สมบัติของจำนวนจริง

1. สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

กำหนดให้ $a, b, c \in R$

1) สมบัติการสะท้อน

$a = a$

2) สมบัติการสมมาตร

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

3) สมบัติการถ่ายทอด

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

4) สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

5) สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

2. สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับพีชคณิต

กำหนดให้ $a, b, c \in R$

สมบัติ	สมบัติของการบวก	สมบัติของการคูณ
สมบัติปิด	$a + b \in R$	$a \cdot b \in R$
สมบัติการสลับที่	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
สมบัติการมีเอกลักษณ์	มี 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก ซึ่ง $0 + a = a = a + 0$	มี 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ ซึ่ง $1 \cdot a = a = a \cdot 1$
สมบัติการมีอินเวอร์ส	สำหรับจำนวนจริง a มีจำนวนจริง $-a$ ที่ $(-a) + a = 0 = a + (-a)$	สำหรับจำนวนจริง a ที่ $a \neq 0$ จะมี a^{-1} ที่ $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$
สมบัติการแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$	

ตัวอย่างที่ 3 ให้ a และ b เป็นจำนวน**<u>ตรรกยะ</u>**ที่แตกต่างกัน

c และ d เป็นจำนวน**<u>อตรรกยะ</u>**ที่แตกต่างกัน

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $a - b$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ข. $c - d$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก *2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

ตัวอย่างที่ 4 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. สมบัติการมีอินเวอร์สการบวกของจำนวนจริง b ที่ $b + a = 0 = a + b$

ข. สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณของจำนวนจริงกล่าวว่า สำหรับจำนวนจริง a จะมีจำนวนจริง b ที่ $ba = 1 = ab$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก *2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

ทบทวนสูตร

1. กำลังสองสมบูรณ์

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2. กำลังสามสมบูรณ์

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$

3. ผลต่างกำลังสอง

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

4. ผลต่างกำลังสาม

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

จากสมการพหุนามกำลังสอง

$ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงที่, $a \neq 0$

จะได้ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้ว x จะมี 2 คำตอบ

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้ว x จะมี 1 คำตอบ

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้ว x จะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

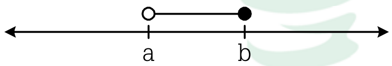
สมบัติของอสมการ ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง

1. สมบัติการถ่ายทอด
   ถ้า $a > b$ และ $b > c$ แล้ว $a > c$
2. สมบัติการบวกด้วยจำนวนจริงที่เท่ากัน
   ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
3. สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน
   ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$
   ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$
4. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง
   จาก $a < x < b$
   จะได $a < x$ และ $x < b$

ช่วงของจำนวนจริง ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ $a < b$

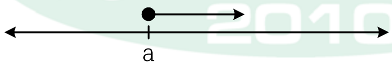
1. $(a, b) = \{x | a < x < b\}$
   เส้นจำนวน คือ 

2. $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$
   เส้นจำนวน คือ 

3. $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$
   เส้นจำนวน คือ 

4. $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$
   เส้นจำนวน คือ 

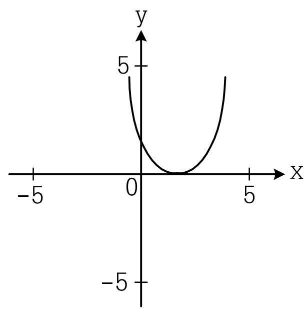
5. $(-\infty, a) = \{x | x < a\}$
   เส้นจำนวน คือ 

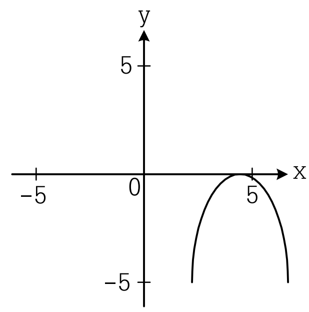
6. $[a, \infty) = \{x | x \geq a\}$
   เส้นจำนวน คือ 

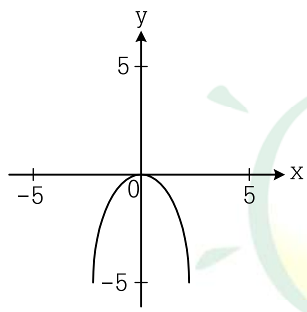
ตัวอย่างที่ 5 ต้องการล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่ 65 ตารางวา โดยด้านยาวของที่ดินยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 วา จะต้องใช้รั้วที่มีความยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

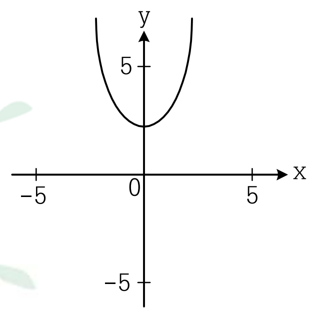
1) 30 วา *2) 36 วา 3) 42 วา 4) 48 วา

ตัวอย่างที่ 6 เมื่อเขียนกราฟของ $y = ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a \neq 0$ เพื่อหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ กราฟในข้อใดต่อไปนี้แสดงว่าสมการ**ไม่มีคำตอบ**ที่เป็นจำนวนจริง

1) 

2) 

3) 

*4) 

ตัวอย่างที่ 7 แม่ค้านำเมล็ดมะม่วงหิมพานต์ 1 กิโลกรัม ถั่วลิสง 3 กิโลกรัม และเมล็ดฟักทอง 4 กิโลกรัม มาผสมกัน แล้วแบ่งใส่ถุง ถุงละ 100 กรัม ถ้าแม่ค้าซื้อเมล็ดมะม่วงหิมพานต์ ถั่วลิสง และเมล็ดฟักทองมาในราคากิโลกรัมละ 250 บาท 50 บาท และ 100 บาท ตามลำดับ แล้วแม่ค้าจะต้องขายเมล็ดพืชผสมถุงละ 100 กรัมนี้ ในราคาเท่ากับข้อใดต่อไปนี้จึงจะได้กำไร 20% เมื่อขายหมด

1) 10 บาท *2) 12 บาท 3) 14 บาท 4) 16 บาท

ตัวอย่างที่ 8 เซตคำตอบของอสมการ $-1 \le \sqrt{2} + \frac{x}{1-\sqrt{2}} \le 1$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $[\sqrt{2} - 1, 1]$ 2) $[\sqrt{2} - 1, 2]$ *3) $[3 - 2\sqrt{2}, 1]$ 4) $[3 - 2\sqrt{2}, 2]$

ค่าสัมบูรณ์

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริง

$$|a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ } a \ge 0 \\ -a & \text{เมื่อ } a < 0 \end{cases}$$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์

1. $|x| = a$ ก็ต่อเมื่อ $x = a$ หรือ $x = -a$
2. ให้ a เป็นจำนวนจริงบวก

   $|x| < a$ ก็ต่อเมื่อ $-a < x < a$

   $|x| \le a$ ก็ต่อเมื่อ $-a \le x \le a$

   $|x| > a$ ก็ต่อเมื่อ $x < -a$ หรือ $x > a$

   $|x| \ge a$ ก็ต่อเมื่อ $x \le -a$ หรือ $x \ge a$

ตัวอย่างที่ 9 พิจารณาสมการ $|x - 7| = 6$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

1) คำตอบหนึ่งของสมการมีค่าระหว่าง 10 และ 15
2) ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการมีค่าเท่ากับ 14
*3) สมการนี้มีคำตอบมากกว่า 2 คำตอบ
4) ในบรรดาคำตอบทั้งหมดของสมการ คำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าน้อยกว่า 3

ตัวอย่างที่ 10 จำนวนสมาชิกของเซต $\left\{x \,\middle|\, x = \left(\left(a + \frac{1}{|a|}\right)^2 - \left(|a| - \frac{1}{a}\right)^2\right) \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนจริงซึ่งไม่เท่ากับ } 0\right\}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1
*2) 2
3) 3
4) มากกว่าหรือเท่ากับ 4

ตัวอย่างที่ 11 ผลบวกของคำตอบทุกคำตอบของสมการ $x^3 - 2x = |x|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0
2) $\sqrt{3}$
*3) $\sqrt{3} - 1$
4) $\sqrt{3} + 1$

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ผลคูณคาร์ทีเซียน กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

ผลคูณคาร์ทีเซียนของ A และ B คือ $A \times B = \{(a, b) | a \in A$ และ $b \in B\}$

เช่น ให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{a, b, c\}$

จะได้ $A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$

สมบัติของผลคูณคาร์ทีเซียน ให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ

1. $A \times \phi = \phi \times A = \phi$
2. $A \times B \neq B \times A$
3. $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
4. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

   $(B \cup C) \times A = (B \times A) \cup (C \times A)$
5. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

   $(B \cap C) \times A = (B \times A) \cap (C \times A)$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{a, b\}$ คู่อันดับในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$

*1) (2, b) 2) (b, a) 3) (a, 1) 4) (1, 2)

ความสัมพันธ์ คือ เซตของคู่อันดับที่เกี่ยวข้องกันตามเงื่อนไขที่กำหนดและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เขียนแทนด้วย $r \subset A \times B$

r เป็นความสัมพันธ์ใน A เขียนแทนด้วย $r \subset A \times A$

*จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ $2^{n(A) \times n(B)}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{1, 2, 3, \ldots, 11, 12\}$

$S = \left\{(a, b) \in A \times B \,\middle|\, b = 2a + \frac{a}{2}\right\}$

จำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1 *2) 2 3) 3 4) 4

ตัวอย่างที่ 3 ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $r = \{(m, n) \in A \times A \mid m \le n\}$ แล้วจำนวนสมาชิกในความสัมพันธ์ r เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 8 *2) 10 3) 12 4) 16

โดเมนของ r เขียนแทนด้วย D_r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมดใน r สัญลักษณ์ คือ $D_r = \{x \mid (x, y) \in r\}$

เรนจ์ของ r เขียนแทนด้วย R_r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมดใน r สัญลักษณ์ คือ $R_r = \{y \mid (x, y) \in r\}$

เช่น จาก $r = \{(-2, 4), (-1, 1), (1, 1)\}$

จะได้ $D_r = \{-2, -1, 1\}$

และ $R_r = \{1, 4\}$

การหาโดเมนและเรนจ์ของความสมพันธ์ของ $r \subset R \times R$

1. โดเมน หาโดยจัดรูปสมการเป็น y ในรูปของ x และพิจารณาว่า x สามารถเป็นจำนวนจริงใดได้บ้างที่สามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้
2. เรนจ์ หาโดยจัดรูปสมการเป็น x ในรูปของ y และพิจารณาว่า y สามารถเป็นจำนวนจริงใดได้บ้าง

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่คู่อันดับทุกๆ ตัวในความสัมพันธ์ ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับสองคู่เท่ากันแล้วสมาชิกตัวหลังของทั้งสองคู่อันดับต้องเท่ากันด้วย

นั่นคือ r เป็นฟังก์ชันก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

r ไม่เป็นฟังก์ชันก็ต่อเมื่อ มี $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ ซึ่ง $y \neq z$

การตรวจสอบฟังก์ชัน

1. กรณี r เขียนแบบแจกแจงสมาชิก

ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ ซึ่งเป็นสมาชิกใน r จับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับมากกว่า 1 ตัวขึ้นไป r ไม่เป็นฟังก์ชัน

เช่น $r_1 = \{(a, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 4)\}$

จะได้ r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ b จับคู่กับ 2 และ 3

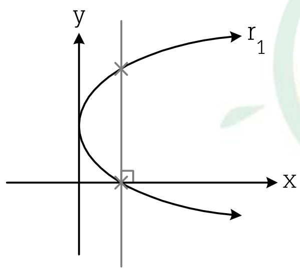
$r_2 = \{(p, 2), (q, 4), (r, 6)\}$

จะได้ r_2 เป็นฟังก์ชัน เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทุกตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียวเท่านั้น

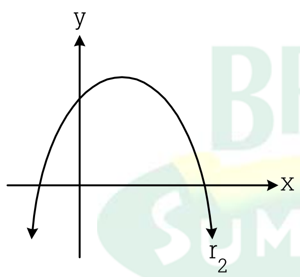
2. กรณี r วาดเป็นรูปกราฟ

ให้ลากเส้นตรงตั้งฉากกับแกน x ถ้ามีกรณีที่เส้นตรงที่ลากตั้งฉากกับแกน x ตัดกับกราฟของ r เกินเกิน 1 จุดขึ้นไป r ไม่เป็นฟังก์ชัน

เช่น



เนื่องจากมีกรณีที่เส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกน x ตัดกับกราฟ r เกิน 1 จุด
ดังนั้น r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน



เนื่องจากไม่มีกรณีที่เส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกน x ตัดกับกราฟ r เกิน 1 จุด
ดังนั้น r_2 เป็นฟังก์ชัน

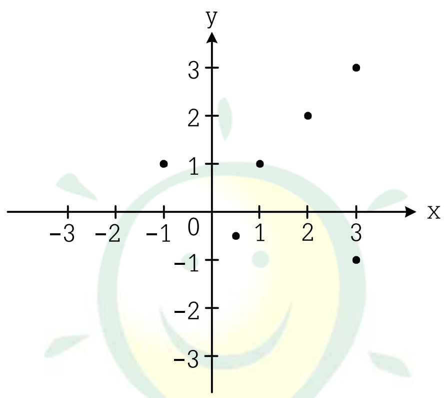
ตัวอย่างที่ 4 จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของโดเมนของฟังก์ชัน $f = \left\{(x, y) \mid y = \dfrac{x}{x^2 + 3x + 2} + \dfrac{2x - 1}{x^2 - 1}\right\}$

1) −2 2) −1 *3) 0 4) 1

ตัวอย่างที่ 5 ให้ $A = \{1, 99\}$ ความสัมพันธ์ใน A ในข้อใด**ไม่เป็น**ฟังก์ชัน

1) เท่ากับ 2) ไม่เท่ากับ *3) หารลงตัว 4) หารไม่ลงตัว

ตัวอย่างที่ 6 จากความสัมพันธ์ r ที่แสดงด้วยกราฟดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) r เป็นฟังก์ชันเพราะ (1, 1), (2, 2) และ (3, 3) อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน
2) r เป็นฟังก์ชันเพราะมีจำนวนจุดเป็นจำนวนจำกัด
*3) r ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะมีจุด (3, 3) และ (3, −1) อยู่บนกราฟ
4) r ไม่เป็นฟังก์ชันเพราะมีจุด (1, 1) และ (−1, 1) อยู่บนกราฟ

ฟังก์ชันประเภทต่างๆ

ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$ เมื่อ $a, b \in \mathbf{R}$

ฟังก์ชันคงที่ (Constant Function) คือ ฟังก์ชันเชิงเส้นที่มี $a = 0$ กราฟของฟังก์ชันจะเป็นเส้นตรงขนานกับแกน X

ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic Function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a, b, c \in \mathbf{R}$ และ $a \neq 0$

ถ้า $a > 0$ กราฟหงาย มีจุดวกกลับเป็นจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน และถ้า $a < 0$ กราฟคว่ำ มีจุดวกกลับเป็นจุดสูงสุดของฟังก์ชัน

ถ้ารูปทั่วไปของสมการ คือ $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a, b, c \in \mathbf{R}$ จุดวกกลับอยู่ที่ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ หรือ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

ถ้ารูปทั่วไปของสมการ คือ $f(x) = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a, k \in R$ และ $a \neq 0$ จุดวกกลับอยู่ที่ (h, k)

การแก้สมการโดยใช้กราฟ

1. ในกรณีที่กราฟไม่ตัดแกน x จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง
2. กราฟของ $y = a(x + c)^2$ เมื่อ $c > 0$ จะตัดแกน x ที่จุด (−c, 0) สมการมีคำตอบเดียว คือ $x = -c$
   กราฟของ $y = a(x - c)^2$ เมื่อ $c > 0$ จะตัดแกน x ที่จุด (c, 0) สมการมีคำตอบเดียว คือ $x = c$
3. นอกเหนือจากนี้กราฟตัดแกน x สองจุด โดยพิจารณาจากการแก้สมการ หรือสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ (Absolute Value Function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ $a, c \in R$

ฟังก์ชันขั้นบันได (Step Function) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของ R และมีค่าฟังก์ชันคงตัวเป็นช่วงๆ มากกว่าสองช่วง กราฟของฟังก์ชันจะมีรูปคล้ายบันได

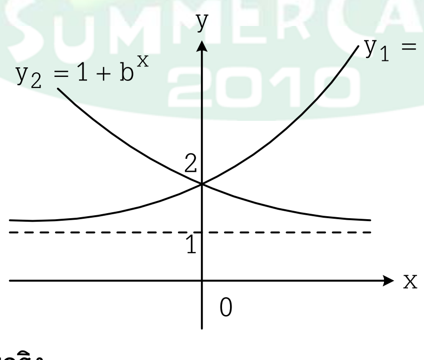
ตัวอย่างที่ 7 ค่าของ a ที่ทำให้กราฟของฟังก์ชัน $y = a(2^x)$ ผ่านจุด (3, 16) คือข้อใดต่อไปนี้

*1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

ตัวอย่างที่ 8 ทุก x ในช่วงใดต่อไปนี้ที่กราฟของสมการ $y = -4x^2 - 5x + 6$ อยู่เหนือแกน x

*1) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ 2) $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 3) $\left(\frac{1}{4}, \frac{6}{7}\right)$ 4) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก ถ้ากราฟของฟังก์ชัน $y_1 = 1 + a^x$ และ $y_2 = 1 + b^x$ มีลักษณะดังแสดงในภาพต่อไปนี้



ข้อใดต่อไปนี้เป็น**จริง**

1) $1 < a < b$ 2) $a < 1 < b$ *3) $b < 1 < a$ 4) $b < a < 1$

ตัวอย่างที่ 10 ถ้าเส้นตรง $x = 3$ เป็นเส้นสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = -x^2 + (k + 5)x + (k^2 - 10)$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริง แล้ว f มี**ค่าสูงสุด**เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -4 *2) 0 3) 6 4) 14

ตัวอย่างที่ 11 กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2x - 15$ ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $f(x) \geq -17$ ทุกจำนวนจริง x
2) $f(-3 - \sqrt{2} - \sqrt{3}) > 0$
3) $f(1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = f(1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$
*4) $f(-1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) > f(-1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$

เลขยกกำลัง

สมบัติของเลขยกกำลัง

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ k เป็นจำนวนเต็ม

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(a^m \cdot b^n)^k = a^{mk} \cdot b^{nk}$
5. $\left(\dfrac{a^m}{b^n}\right)^k = \dfrac{a^{mk}}{b^{nk}}, \; b \neq 0$
6. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}, \; a \neq 0$
7. $a^0 = 1, \; a \neq 0$

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

บทนิยาม เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก และ n เป็นจำนวนที่มากกว่า 1

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

บทนิยาม กำหนด a เป็นจำนวนจริง m และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ที่ ห.ร.ม ของ m และ n เท่ากับ 1

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

สมการในรูปเลขยกกำลัง

ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่เท่ากับ 1 และ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ

จะได้ว่า 1. $a^m = a^n$ ก็ต่อเมื่อ $m = n$

2. $a^m = b^m$ ก็ต่อเมื่อ $m = 0$ และ $a, b \neq 0$

ตัวอย่างที่ 1 ค่าของ $\sqrt{(-2)^2} + \left(\dfrac{8^{1/2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{32}}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) −1 2) 1 *3) 3 4) 5

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $\left(\sqrt{\frac{8}{125}}\right)^4 = \left(\frac{16}{625}\right)^{1/x}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{3}{4}$ *2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) $\frac{4}{3}$

ตัวอย่างที่ 3 ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $(24)^{30} < 2^{20} \cdot 3^{30} \cdot 4^{40}$
2) $(24)^{30} < 2^{30} \cdot 3^{20} \cdot 4^{40}$
*3) $2^{20} \cdot 3^{40} \cdot 4^{30} < (24)^{30}$
4) $2^{30} \cdot 3^{40} \cdot 4^{20} < (24)^{30}$

ตัวอย่างที่ 4 $(\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) -10
2) 10
3) $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$
4) $5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

ตัวอย่างที่ 5 $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) $\frac{3}{10}$ 2) $\frac{7}{10}$ 3) $\sqrt{5} - 2$ 4) $\sqrt{6} - 2$

อสมการในรูปเลขยกกำลัง

ให้ a เป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่เท่ากับ 1 และ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ

จะได้ว่า 1. $a^m < a^n$ และ $a > 1$ จะได้ว่า $m < n$

2. $a^m < a^n$ และ $0 < a < 1$ จะได้ว่า $m > n$

ตัวอย่างที่ 6 เซตคำตอบของอสมการ $4^{(2x^2-4x-5)} \le \frac{1}{32}$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $\left[-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right]$ 2) $\left[-\frac{5}{2}, 1\right]$ 3) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ *4) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$

ตัวอย่างที่ 7 ถ้า $8^x - 8^{(x+1)} + 8^{(x+2)} = 228$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{3}$ *2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{5}{3}$

ตัวอย่างที่ 8 ถ้า $\left(3 + \frac{3}{8}\right)^{3x} = \frac{16}{81}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) $-\frac{4}{9}$ 2) $-\frac{2}{9}$ 3) $-\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{9}$

ตัวอย่างที่ 9 ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $\sqrt{0.9 + 10} < \sqrt{0.9} + \sqrt{10}$ *2) $(\sqrt{0.9})(\sqrt[4]{0.9}) < 0.9$

3) $(\sqrt{0.9})(\sqrt[3]{1.1}) < (\sqrt{1.1})(\sqrt[3]{0.9})$ 4) $\sqrt[300]{125} < \sqrt[200]{100}$

ตัวอย่างที่ 10 ถ้า $4^a = \sqrt{2}$ และ $16^{-b} = \frac{1}{4}$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด **(ตอบ 0.75)**

ตัวอย่างที่ 11 ค่าของ x ที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{2}^{(x^2)} = \frac{2^{(4x)}}{4^4}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 2 2) 3 *3) 4 4) 5

ตัวอย่างที่ 12 อสมการในข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

1) $2^{1000} < 3^{600} < 10^{300}$
2) $3^{600} < 2^{1000} < 10^{300}$
*3) $3^{600} < 10^{300} < 2^{1000}$
4) $10^{300} < 2^{1000} < 3^{600}$

ตัวอย่างที่ 13 $\frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \frac{2^6}{(64)^{3/2}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) $-\frac{13}{24}$ 2) $-\frac{5}{6}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{19}{24}$

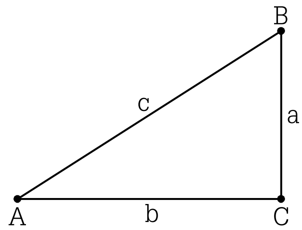
ตัวอย่างที่ 14 $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 60 2) $60\sqrt{2}$ 3) $100\sqrt{2}$ *4) 200

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

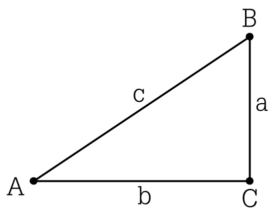
ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้



$c^2 = a^2 + b^2$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

บทนิยาม กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ไซน์ (sine) ของมุม A = $\sin A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ (cosine) ของมุม A = $\cos A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

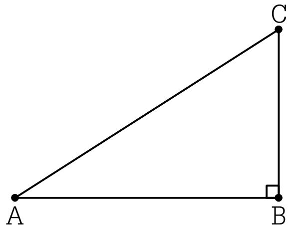
แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A = $\tan A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

$\sin A = \dfrac{a}{c}$, $\cos A = \dfrac{b}{c}$, $\tan A = \dfrac{a}{b}$

และยังมีอัตราส่วนอื่นๆ อีก คือ

1. $\csc A = \dfrac{1}{\sin A}$, $\sec A = \dfrac{1}{\cos A}$, $\cot A = \dfrac{1}{\tan A}$
2. $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$, $\cot A = \dfrac{\cos A}{\sin A}$
3. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
4. $\tan^2 A + 1 = \sec^2 A$
5. $1 + \cot^2 A = \csc^2 A$

ความสัมพันธ์ระหว่างมุม A กับมุม $90^\circ - A$ ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



$\sin A = \cos (90^\circ - A)$, $\csc A = \sec (90^\circ - A)$

$\cos A = \sin (90^\circ - A)$, $\sec A = \csc (90^\circ - A)$

$\tan A = \cot (90^\circ - A)$, $\cot A = \tan (90^\circ - A)$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60°

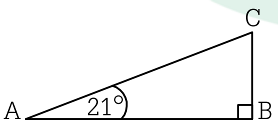
มุม	sin	cos	tan	csc	sec	cot
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

การเปรียบเทียบมาตรการวัดมุมระบบอังกฤษและระบบเรเดียน

$360^\circ = 2\pi$ เรเดียน $\quad 180^\circ = \pi$ เรเดียน $\quad 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ เรเดียน

$60^\circ = \frac{\pi}{3}$ เรเดียน $\quad 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ เรเดียน $\quad 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ เรเดียน

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**



*1) $\sin 21^\circ = \cos 69^\circ$

2) $\sin 21^\circ = \cos 21^\circ$

3) $\cos 21^\circ = \tan 21^\circ$

4) $\tan 21^\circ = \cos 69^\circ$

ตัวอย่างที่ 2 ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

*1) $\sin 30^\circ < \sin 45^\circ$ 2) $\cos 30^\circ < \cos 45^\circ$

3) $\tan 45^\circ < \cot 45^\circ$ 4) $\tan 60^\circ < \cot 60^\circ$

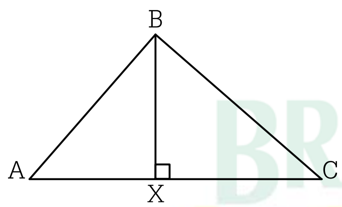
ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ตาราง A ตาราง B และตาราง C เป็นตารางหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมขนาดต่างๆ ดังนี้

ตาราง A	
θ	$\sin \theta$
40°	0.643
41°	0.656
42°	0.669

ตาราง B	
θ	$\cos \theta$
40°	0.766
41°	0.755
42°	0.743

ตาราง C	
θ	$\tan \theta$
40°	0.839
41°	0.869
42°	0.900

ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก มุม C มีขนาด 41° และส่วนสูง BX ยาว 1 หน่วย แล้วความยาวของส่วนของเส้นตรง AX เป็นดังข้อใดต่อไปนี้



1) ปรากฏอยู่ในตาราง A

2) ปรากฏอยู่ในตาราง B

*3) ปรากฏอยู่ในตาราง C

4) ไม่ปรากฏอยู่ในตาราง A, B และ C

ตัวอย่างที่ 4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีความสูง 1 หน่วย แล้วด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ หน่วย *2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ หน่วย 3) $\frac{4}{3}$ หน่วย 4) $\frac{3}{2}$ หน่วย

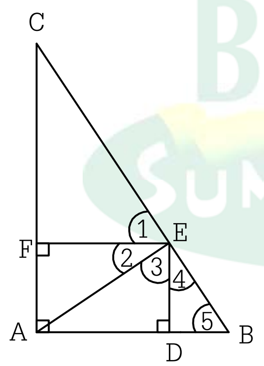
ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = \frac{2}{3}$ ถ้าด้าน BC ยาว 1 หน่วย แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ตารางหน่วย
*2) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ตารางหน่วย
3) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ตารางหน่วย
4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ตารางหน่วย

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 12 หน่วย และ $\tan A\hat{B}D = \frac{1}{3}$ ถ้า AE ตั้งฉากกับ BD ที่จุด E แล้ว AE ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ หน่วย
2) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ หน่วย
3) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ หน่วย
*4) $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ หน่วย

ตัวอย่างที่ 7



พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ โดยที่ $C\hat{F}E$, $C\hat{A}B$, $A\hat{E}B$ และ $E\hat{D}B$ ต่างเป็นมุมฉาก ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $\sin(\hat{1}) = \sin(\hat{5})$
2) $\cos(\hat{3}) = \cos(\hat{5})$
*3) $\sin(\hat{2}) = \cos(\hat{4})$
4) $\cos(\hat{2}) = \sin(\hat{3})$

ลำดับและอนุกรม

ลำดับ (Sequences)

บทนิยาม ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกเรียกว่า **ลำดับจำกัด** (Finite Sequences)
ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า **ลำดับอนันต์** (Infinite Sequences)

ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequences)

บทนิยาม ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่ n + 1 ลบด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common difference)

1. เมื่อกำหนดให้พจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ a_1 และผลต่างร่วม คือ d โดยที่ $d = a_{n+1} - a_n$ พจน์ที่ n ของลำดับนี้คือ $a_n = a_1 + (n - 1)d$
2. ลำดับเลขคณิต n พจน์แรก คือ $a, a + d, a + 2d, \ldots, a + (n - 1)d$

ตัวอย่างที่ 1 ลำดับเลขคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีบางพจน์เท่ากับ 40

1) $a_n = 1 - 2n$ 2) $a_n = 1 + 2n$ *3) $a_n = 2 - 2n$ 4) $a_n = 2 + 2n$

ตัวอย่างที่ 2 พจน์ที่ 31 ของลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{60}, \ldots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{13}{30}$ *3) $\frac{9}{20}$ 4) $\frac{7}{15}$

ตัวอย่างที่ 3 ถ้า $a_1, a_2, a_3, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_{30} - a_{10} = 30$ แล้ว ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1.25 *2) 1.5 3) 1.75 4) 2.0

ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequences)

บทนิยาม ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่อัตราส่วนของพจน์ที่ n + 1 ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (Common ration)

1. เมื่อกำหนดพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตเป็น a_1 และอัตราส่วนร่วม คือ r โดยที่ $r = \frac{a_n + 1}{a_n}$

   พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
2. ลำดับเรขาคณิต n พจน์แรก คือ $a, ar, ar^2, ..., ar^{n-1}$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2$ และ $a_3 = 200$ ถ้า a_2 คือค่าในข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้แล้วข้อดังกล่าวคือข้อใด

*1) −20 2) −50 3) 60 4) 100

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, ...$ เป็นลำดับเรขาคณิต พิจารณาลำดับสามลำดับต่อไปนี้

ก. $a_1 + a_3 \quad , \quad a_2 + a_4 \quad , \quad a_3 + a_5 \quad , \quad ...$

ข. $a_1a_2 \quad , \quad a_2a_3 \quad , \quad a_3a_4 \quad , \quad ...$

ค. $\frac{1}{a_1} \quad , \quad \frac{1}{a_2} \quad , \quad \frac{1}{a_3} \quad , \quad ...$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

*1) ทั้งสามลำดับ**เป็น**ลำดับเรขาคณิต

2) มีหนึ่งลำดับ**ไม่เป็น**ลำดับเรขาคณิต

3) มีสองลำดับ**ไม่เป็น**ลำดับเรขาคณิต

4) ทั้งสามลำดับ**ไม่เป็น**ลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 6 พจน์ที่ 16 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{625}, \frac{1}{125\sqrt{5}}, \frac{1}{125}, ...$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $25\sqrt{5}$

2) 125

*3) $125\sqrt{5}$

4) 625

ตัวอย่างที่ 7 ลำดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับเรขาคณิต

*1) $a_n = 2^n \cdot 3^{2n}$ 2) $a_n = 2^n + 4^n$ 3) $a_n = 3^{n^2}$ 4) $a_n = (2n)^n$

อนุกรมเลขคณิต (Arinmetic Series)

เมื่อ	$a_1, a_2, a_3, ..., a_n$	เป็นลำดับเลขคณิต
จะได้ว่า	$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$	เป็นอนุกรมเลขคณิต

ให้ S_n แทนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม

คือ
$$\begin{aligned} S_1 &= a_1 \\ S_2 &= a_1 + a_2 \\ S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ &\vdots \\ S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \end{aligned}$$

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

หรือ $$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$$

ตัวอย่างที่ 8 ค่าของ 1 + 6 + 11 + 16 + ... + 101 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 970 2) 1020 3) 1050 *4) 1071

ตัวอย่างที่ 9 ถ้า $a_1, a_2, a_3, ...$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_2 + a_3 + ... + a_9 = 100$ แล้ว $S_{10} = a_1 + a_2 + ... + a_{10}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 120 *2) 125 3) 130 4) 135

ตัวอย่างที่ 10 กำหนดให้ $S = \{101, 102, 103, \dots, 999\}$ ถ้า a เท่ากับผลบวกของจำนวนคี่ทั้งหมดใน S และ b เท่ากับผลบวกของจำนวนคู่ทั้งหมดใน S แล้ว $b - a$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

*1) -550 2) -500 3) -450 4) 450

อนุกรมเรขาคณิต (Geometrics Series)

เมื่อ	$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$	เป็นลำดับเรขาคณิต
จะได้ว่า	$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$	เป็นอนุกรมเรขาคณิต

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

ตัวอย่างที่ 11 ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 100 พจน์

1) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + \dots + 199$

2) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{(2n - 1)} + \dots + \frac{1}{199}$

3) $1 + 2 + 4 + \dots + (2^{n-1}) + \dots + 2^{199}$

*4) $\frac{1}{5} + \frac{1}{125} + \frac{1}{3125} + \dots + \frac{1}{5^{2n-1}} + \dots + \frac{1}{5^{199}}$

ตัวอย่างที่ 12 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1 - 2 + 4 - 8 + \dots + 256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -171 2) -85 3) 85 *4) 171

ตัวอย่างที่ 13 กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 ถ้า $S_{10} - S_8 = 32$ แล้วพจน์ที่ 9 ของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{16}{3}$ 2) $\frac{20}{3}$ 3) $\frac{26}{3}$ *4) $\frac{32}{3}$

ความน่าจะเป็น

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

1. กฎการบวก ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งแบ่งออกเป็น k กรณี
โดยที่กรณีที่ 1 มีจำนวน n_1 วิธี
กรณีที่ 2 มีจำนวน n_2 วิธี
กรณีที่ 3 มีจำนวน n_3 วิธี
⋮ ⋮
กรณีที่ k มีจำนวน n_k วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีในการทำงานทั้งหมดจะเท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_k$ วิธี

2. กฎการคูณ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งแบ่งออกเป็น k ขั้นตอน
โดยที่ขั้นตอนที่ 1 มีจำนวน n_1 วิธี
ขั้นตอนที่ 2 มีจำนวน n_2 วิธี
ขั้นตอนที่ 3 มีจำนวน n_3 วิธี
⋮ ⋮
ขั้นตอนที่ k มีจำนวน n_k วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีในการทำงานทั้งหมดจะเท่ากับ $n_1 \times n_2 \times n_3 \times ... \times n_k$ วิธี

แฟกทอเรียล

นิยาม กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 ขึ้นไป

$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times ... \times 3 \times 2 \times 1$

เช่น $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

* $0! = 1$

ตัวอย่างที่ 1 ในการคัดเลือกคณะกรรมการหมู่บ้านซึ่งประกอบด้วยประธานฝ่ายชาย 1 คน ประธานฝ่ายหญิง 1 คน กรรมการฝ่ายชาย 1 คน และกรรมการฝ่ายหญิง 1 คน จากผู้สมัครชาย 4 คน และหญิง 8 คน มีวิธีการเลือกคณะกรรมการได้กี่วิธี

1) 168 วิธี 2) 324 วิธี *3) 672 วิธี 4) 1344 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มาลีต้องการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C โดยต้องเดินทางผ่านไปยังเมือง B ก่อน จากเมือง A ไปเมือง B มาลีสามารถเลือกเดินทางโดยรถยนต์ รถไฟ หรือเครื่องบินได้ แต่จากเมือง B ไปเมือง C สามารถเดินทางไปทางเรือ รถยนต์ รถไฟ หรือเครื่องบิน ข้อใดต่อไปนี้คือจำนวนวิธีในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ที่จะต้องเดินทางโดยรถไฟเป็นจำนวน 1 ครั้ง

*1) 5 2) 6 3) 8 4) 9

ตัวอย่างที่ 3 ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 6 คน เป็นชาย 2 คน หญิง 4 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้คนทั้ง 6 คนยืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูป โดยให้ชาย 2 คนยืนอยู่ริมสองข้างเสมอเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 12 วิธี 2) 24 วิธี 3) 36 วิธี *4) 48 วิธี

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองใดๆ ซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถทำนายผลล่วงหน้าได้

ความน่าจะเป็น คือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ เขียนแทนด้วย P(E)

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E คือ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

โดยที่ n(E) คือ จำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจ

n(S) คือ จำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

สมบัติของความน่าจะเป็น

1. $0 \le P(E) \le 1$
2. $P(\phi) = 0, P(S) = 1$
3. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$
4. $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3)$
   $+ P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$
5. $P(E) = 1 - P(E')$ เมื่อ $P(E')$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 4 พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. การทดลองสุ่มเป็นการทดลองที่ทราบว่าผลลัพธ์อาจเป็นอะไรได้บ้าง

ข. แต่ละผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก *2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

ตัวอย่างที่ 5 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีรถโรงเรียน 3 คัน นักเรียน 9 คน กำลังเดินไปขึ้นรถโรงเรียนโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่**ไม่มี**นักเรียนคนใดขึ้นรถคันแรกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^9$ *2) $\left(\frac{2}{3}\right)^9$ 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^3$ 4) $\left(\frac{2}{9}\right)^3$

ตัวอย่างที่ 6 โรงแรมแห่งหนึ่งมีห้องว่างชั้นที่หนึ่ง 15 ห้อง ชั้นที่สอง 10 ห้อง ชั้นที่สาม 25 ห้อง ถ้าครูสมใจต้องการเข้าพักในโรงแรมแห่งนี้โดยวิธีสุ่มแล้ว ความน่าจะเป็นที่ครูสมใจจะได้เข้าพักห้องชั้นที่สองของโรงแรมเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{10}$ *2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{3}{10}$ 4) $\frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 7 ในการหยิบบัตรสามใบ โดยหยิบทีละใบจากบัตรสี่ใบ ซึ่งมีหมายเลข 0, 1, 2 และ 3 กำกับ ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของตัวเลขบนบัตรสองใบแรกน้อยกว่าตัวเลขบนบัตรใบที่สามเท่ากับข้อใด

*1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 8 กล่อง 12 ใบ มีหมายเลขกำกับเป็นเลข 1, 2, ... , 12 และกล่องแต่ละใบบรรจุลูกบอล 4 ลูก เป็นลูกบอลสีดำ สีแดง สีขาว และสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องแต่ละใบ ใบละ 1 ลูก แล้วความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงจากกล่องหมายเลขคี่ และได้ลูกบอลสีดำจากกล่องหมายเลขคู่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(\frac{1}{12}\right)^2$ *2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{12}$ 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ 4) $\left(\frac{1}{12}\right)^4$

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{5, 6, \ldots, 14\}$

และ $r = \{(m, n) \mid m \in A \text{ และ } n \in B\}$

ถ้าสุ่มหยิบคู่อันดับ 1 คู่ จากความสัมพันธ์ r แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้คู่อันดับ (m, n) ซึ่ง 5 หาร n แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{15}$ 2) $\frac{1}{10}$ *3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{3}{5}$

ตัวอย่างที่ 10 ช่างไฟคนหนึ่งสุ่มหยิบบันได 1 อันจากบันได 9 อัน ซึ่งมีความยาว 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ฟุต แล้วนำมาพาดกับกำแพง โดยให้ปลายข้างหนึ่งห่างจากกำแพง 3 ฟุต ความน่าจะเป็นที่บันไดจะทำมุมกับพื้นราบน้อยกว่า 60° มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{9}$ *2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{3}{9}$ 4) $\frac{4}{9}$

ตัวอย่างที่ 11 ถ้าสุ่มตัวเลขหนึ่งตัวจากข้อมูลชุดใดๆ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลข 101 ตัว แล้วข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

*1) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่ามัธยฐาน $< \frac{1}{2}$

2) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $< \frac{1}{2}$

3) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่ามัธยฐาน $> \frac{1}{2}$

4) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $> \frac{1}{2}$

สถิติ

สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive) คือ การวิเคราะห์ขั้นต้นที่มุ่งวิเคราะห์ เพื่ออธิบายลักษณะกว้างๆ ของข้อมูลชุดนั้น เช่น การวัดค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ค่าวัดการกระจาย การแจกแจงความถี่ของข้อมูล และการนำเสนอผลสรุปด้วย ตาราง แผนภูมิแท่ง เพื่ออธิบายข้อมูลชุดนั้น

สถิติเชิงอนุมาน (Inferential Statistice) คือ การวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากตัวอย่างเพื่ออ้างอิงไปถึงข้อมูลทั้งหมด

องค์ประกอบของสถิติ

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล เช่น การสอบถาม การสังเกต การทดลอง เป็นต้น
2. การวิเคราะห์ข้อมูล โดยข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เพียงส่วนหนึ่ง เรียกว่า กลุ่มตัวอย่างและข้อมูลที่เลือกมาจากข้อมูลทั้งหมด เรียกว่า ประชากร
3. การนำเสนอข้อสรุป

ข้อมูล คือ ข้อความจริงหรือสิ่งที่บ่งบอกถึงสภาพ สถานการณ์หรือปรากฏการณ์ โดยที่ข้อมูลอาจเป็นตัวเลขหรือข้อความก็ได้

สารสนเทศหรือข่าวสาร คือ ข้อมูลที่ผ่านการวิเคราะห์เบื้องต้นหรือขั้นสูงแล้ว

ประเภทของข้อมูล

1. แบ่งตามวิธีเก็บ

1.1 ข้อมูลปฐมภูมิ คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้เก็บรวบรวมเอง เช่น การสำมะโน การสำรวจกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ข้อมูลทุติยภูมิ คือ ข้อมูลที่ได้จากผู้อื่นเก็บรวบรวมไว้แล้ว เช่น รายงาน บทความ เป็นต้น

2. แบ่งตามลักษณะของข้อมูล

2.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ คือ ข้อมูลที่ใช้แทนขนาดหรือปริมาณซึ่งวัดออกมาเป็นจำนวนที่สามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกันได้โดยตรง

2.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ คือ ข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาได้โดยตรง แต่อธิบายลักษณะหรือคุณสมบัติในเชิงคุณภาพได้

ตัวอย่างที่ 1 ข้อใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

1) สถิติเชิงพรรณนาคือสถิติของการวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต้นที่มุ่งอธิบายลักษณะกว้างๆ ของข้อมูล
2) ข้อมูลที่เป็นหมายเลขที่ใช้เรียกสายรถโดยสารประจำทางเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
*3) ข้อมูลปฐมภูมิคือข้อมูลที่ผู้ใช้เก็บรวบรวมจากแหล่งข้อมูลโดยตรง
4) ข้อมูลที่นักเรียนรวบรวมจากรายงานต่างๆ ที่ได้จากหน่วยงานราชการเป็นข้อมูลปฐมภูมิ

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

ข้อมูลเชิงปริมาณที่ใช้ในการวิเคราะห์ทางสถิติมีสองประเภท คือ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ ซึ่งจะเห็นค่าของข้อมูลทุกตัวและข้อมูลที่แจกแจงความถี่ จะเห็นเป็นอันตรภาคชั้น

ความกว้างของอันตรภาพชั้น = ขอบบน − ขอบล่าง

จุดกึ่งกลางอันตรภาคชั้น = (ขอบบน + ขอบล่าง) ÷ 2

ฮิสโทแกรม คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากวางเรียงต่อกันบนแกนนอน โดยมีแกนนอนแทนค่าของตัวแปร ความกว้างของสี่เหลี่ยมมุมฉากแทนความกว้างของอันตรภาคชั้น และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น ซึ่งถ้าความกว้างของทุกชั้นเท่ากัน ความสูงของรูปสี่เหลี่ยมจะแสดงความถี่

แผนภาพต้น-ใบ (Stem-and-Leaf Plot) เป็นวิธีการสร้างแผนภาพเพื่อแจกแจงความถี่และวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น โดยเริ่มจากการนำข้อมูลมาแบ่งกลุ่ม โดยใช้เลขหลักสิบ แล้วนำมาสร้างเป็นลำต้น (Stem) แล้วใช้เลขโดดในหลักหน่วยมาสร้างเป็นใบ (Leaf)

การวัดตำแหน่งของข้อมูล : มีสองขั้นตอน คือ การหาตำแหน่งและการหาค่า

1. ควอร์ไทล์ (Quartiles) คือ การแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน โดย Q_1, Q_2, และ Q_3 คือ คะแนนของตัวแบ่งทั้ง 3 ตัว

2. เดไซล์ (Deciles) คือ การแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วนเท่าๆ กัน โดย $D_1, D_2, ..., D_9$ คือ คะแนนของตัวแบ่งทั้ง 9 ตัว

3. เปอร์เซ็นไทล์ (Percentiles) คือ การแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆ กัน มี $P_1, ..., P_{99}$ คือ คะแนนของตัวแบ่งทั้ง 99 ตัว

การหาตำแหน่ง : ตำแหน่งของ Q_r คือ $\frac{r(N+1)}{4}$

ตำแหน่งของ D_r คือ $\frac{r(N+1)}{10}$

ตำแหน่งของ P_r คือ $\frac{r(N+1)}{100}$

การหาค่า : ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์

หมายเหตุ เมื่อหาค่าข้อมูลที่มีค่าสูงสุด ต่ำสุด Q_1, Q_2 และ Q_3 สามารถนำมาสร้างแผนภาพกล่อง (Box-and-Whisker Plot หรือ Box-Plot) โดยแผนภาพจะทำให้เราทราบถึงลักษณะการกระจายของข้อมูล

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต, Mean, $\bar{x}$

$\bar{x}$ ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$

$\bar{x}$ ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{N}$

ข้อสังเกต 1. $\sum_{i=1}^{N} x_i = N\bar{x}$

2. $\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x}) = 0$

3. $\sum_{i=1}^{N} (x_i - a)^2$ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $a = \bar{x}$

4. ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\bar{x}$

$x_1 + k, x_2 + k, x_3 + k, \ldots, x_n + k$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\bar{x} + k$

$x_1k, x_2k, x_3k, \ldots, x_nk$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\bar{x}k$

5. $\bar{x}$ รวม $= \dfrac{N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2}{N_2 + N_2}$

2. มัธยฐาน, Median, Me

Me สำหรับข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่

$$\text{Me} = \text{ค่าของข้อมูลตำแหน่งตรงกลาง (ตัวที่ } \frac{N+1}{2}\text{) เมื่อเรียงลำดับข้อมูลแล้ว}$$

ข้อสังเกต 1. การหามัธยฐานมีสองขั้นตอน คือ หาตำแหน่ง และหาค่าโดยใช้สูตรหรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์

2. $\sum_{i=1}^{N} |x_i - a|$ มีค่าน้อยสุดเมื่อ $a = \text{Me}$

3. ฐานนิยม, Mode, Mo

Mo สำหรับข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่

$$\text{Mo} = \text{ค่าของข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด}$$

ข้อสังเกต ใช้ได้กับข้อมูลเชิงคุณภาพ

ตัวอย่างที่ 2 ส่วนสูงของพี่น้อง 2 คน มีพิสัยเท่ากับ 12 เซนติเมตร มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 171 เซนติเมตร ข้อใดต่อไปนี้เป็นส่วนสูงของพี่หรือน้องคนใดคนหนึ่ง

1) 167 เซนติเมตร
2) 172 เซนติเมตร
3) 175 เซนติเมตร
*4) 177 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 4, 9, 2, 7, 6, 5, 4, 6, 3, 4

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม < มัธยฐาน

*2) ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

3) ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน

4) มัธยฐาน < ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ตัวอย่างที่ 4 ความสูงในหน่วยเซนติเมตรของนักเรียนกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 10 คน เป็นดังนี้

155, 157, 158, 158, 160, 161, 161, 163, 165, 166

ถ้ามีนักเรียนเพิ่มขึ้นอีกหนึ่งคน ซึ่งมีความสูง 158 เซนติเมตร แล้วค่าสถิติใดต่อไปนี้**ไม่เปลี่ยนแปลง**

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2) มัธยฐาน
3) ฐานนิยม
*4) พิสัย

ตัวอย่างที่ 5 การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลควรพิจารณาสิ่งต่อไปนี้ **ยกเว้น**ข้อใด

1) ลักษณะของข้อมูล
*2) วิธีจัดเรียงลำดับข้อมูล
3) จุดประสงค์ของการนำไปใช้
4) ข้อดีและข้อเสียของค่ากลางแต่ละชนิด

การวัดการกระจายของข้อมูล

1. พิสัย (Range) Range = $x_{max} - x_{min}$
2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$

ข้อสังเกต

1. ความแปรปรวน (Variance) = $\text{S.D.}^2 = S^2$
2. $\text{S.D.} \geq 0$
3. $\text{S.D.} = 0 \leftrightarrow x_1 = x_2 = \ldots = x_n = \bar{x}$
4. ถ้า $x_1, x_2, \ldots, x_n$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น S.D. ความแปรปรวนเป็น S.D.^2
$x_1 + k, x_2 + k, \ldots, x_n + k$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น S.D. ความแปรปรวนเป็น S.D.^2
$x_1k, x_2k, \ldots, x_nk$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $\text{S.D.}|k|$ ความแปรปรวนเป็น S.D.^2k^2

5. The 95% Rule กล่าวว่า มีจำนวนข้อมูลที่อยู่ในช่วง ($\bar{x}$ − 2s, $\bar{x}$ + 2s) ประมาณ 95% ของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

6. โดย The 95% Rule ได้ว่า $s \approx \frac{\text{Range}}{4}$

ความสัมพันธ์ของ $\bar{x}$, Me และ Mo

$\bar{x}$ = Me = Mo	$\bar{x}$ > Me > Mo	$\bar{x}$ < Me < Mo
โค้งปกติ	**โค้งเบ้ขวา**	**โค้งเบ้ซ้าย**

การสำรวจความคิดเห็น

1. ขอบเขตของการสำรวจ กำหนดด้วยพื้นที่ ลักษณะผู้ให้ข้อมูล การมีส่วนได้ส่วนเสียกับข้อมูล

2. วิธีเลือกตัวอย่าง การสุ่มตัวอย่าง (Sampling) การเลือกตัวอย่างแบบชั้นภูมิ การเลือกตัวอย่างแบบหลายขั้นและการเลือกตัวอย่างแบบกำหนดโควตา

3. การสร้างแบบสำรวจความคิดเห็น แบบสำรวจที่ดีประกอบด้วย ลักษณะของผู้ตอบที่คาดว่ามีผลต่อการแสดงความคิดเห็น ความคิดเห็นของผู้ตอบในด้านต่างๆ และข้อเสนอแนะ โดยต้องไม่เป็นคำถามที่ชี้นำ และมีจำนวนไม่มากเกินไป ตลอดจนความสอดคล้องของความรู้ของผู้ให้ข้อมูลกับเรื่องที่สอบถาม

4. การประมวลผลและวิเคราะห์ความคิดเห็น

1. ร้อยละของผู้ตอบแบบสำรวจความคิดเห็นในแต่ละด้านที่เกี่ยวข้อง
2. ระดับความคิดเห็นเฉลี่ย

ตัวอย่างที่ 6 ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20 มัธยฐานเท่ากับ 25 และฐานนิยมเท่ากับ 30 ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

*1) ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายที่เบ้ทางซ้าย
2) ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายที่เบ้ทางขวา
3) ลักษณะการกระจายของข้อมูลเป็นการกระจายแบบสมมาตร
4) ไม่สามารถสรุปลักษณะการกระจายของข้อมูลได้

ตัวอย่างที่ 7 พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้ 10, 5, 6, 9, 12, 15, 8, 18 ค่าของ P_{80} ใกล้เคียงกับข้อใดต่อไปนี้**มากที่สุด**

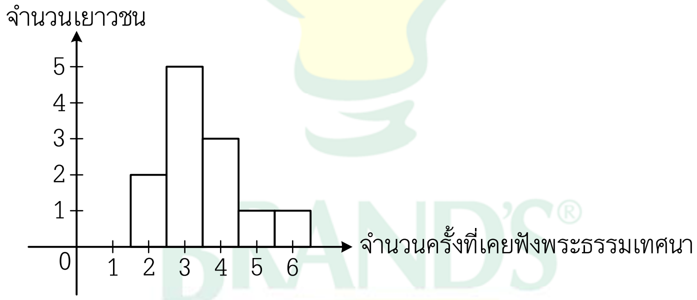
1) 15.1 2) 15.4 *3) 15.7 4) 16.0

ตัวอย่างที่ 8 ในกรณีที่มีข้อมูลจำนวนมาก การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใดต่อไปนี้ทำให้เห็นการกระจายของข้อมูลได้ชัดเจน**น้อยที่สุด**

1) ตารางแจกแจงความถี่ 2) แผนภาพต้น-ใบ

3) ฮิสโทแกรม *4) การแสดงค่าสังเกตทุกค่า

ตัวอย่างที่ 9 จากการสอบถามเยาวชนจำนวน 12 คน ว่าเคยฟังพระธรรมเทศนามาแล้วจำนวนกี่ครั้ง ปรากฏผลดังแสดงในแผนภาพต่อไปนี้



มัธยฐานของข้อมูลนี้คือข้อใด

*1) 3 ครั้ง 2) 3.25 ครั้ง 3) 3.5 ครั้ง 4) 4 ครั้ง

ตัวอย่างที่ 10 ข้อใดต่อไปนี้มีผลกระทบต่อความถูกต้องของการตัดสินใจโดยใช้สถิติ **ยกเว้น**ข้อใด

1) ข้อมูล 2) สารสนเทศ 3) ข่าวสาร *4) ความเชื่อ

เก็งข้อสอบ O-NET

1. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $U = \{a, b, c, d, e\}$ และ A, B, C เป็นเซตใดๆ ซึ่งเป็นสับเซตใน U โดยมีเงื่อนไข ดังนี้

$$n(A) = n(B) = n(C) = 3$$
$$n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = 2$$

และ
$$n(A \cup B \cup C) = n(U)$$

ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $n[A \cup (B \cap C)] = 3$
2) $n(A \cup C) = 4$
3) $n[A \cap (B \cap C)] = 2$
4) $n(A \cap B \cap C) = 1$

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{3\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $1 \in A$
2) $\{3\} \in P(A)$
3) $\{2, \{3\}\} \subset A$
4) $\{\{1, 2\}, \{3\}\} \subset P(A)$

3. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $0 < a < b$ และ $d < c < 0$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $ac > bd$

ข. $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$

1) ก. และ ข. ถูก
2) ก. ถูก และ ข. ผิด
3) ก. ผิด และ ข. ถูก
4) ก. และ ข. ผิด

4. กำหนดให้ A คือ เซตคำตอบของอสมการ $|2x + 1| \leq 5$

และ B คือ เซตคำตอบของอสมการ $|x + 3| \geq 2$

ข้อใดต่อไปนี้ คือเซตคำตอบของ $A \cap B$

1) $[-5, -1]$
2) $[-1, 2]$
3) $[-5, 2]$
4) $[-1, 5]$

5. ถ้า $x - 1$ หารพหุนาม $x^2 + 2x - 1$ เศษเหลือมีค่าเท่ากับ a

และ $x - 2$ หารพหุนาม $x^2 + 3ax - b$ ลงตัว แล้วค่าของ $a + b$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) 12
2) 14
3) 16
4) 18

6. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็ม $\left[\frac{5^{5n+1} + 5^{4n+1}}{5^{3n+1} + 5^{2n+1}}\right]^{3/2n}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) 5
2) 25
3) 125
4) 625

7. กำหนดให้ $\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$ ค่าของ a ตรงกับข้อใด

1) 2
2) 3
3) 4
4) 5

8. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

และ $B = \{\{1\}, \{2, 3\}, 4, 5, 6, ...\}$

จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจากเซต A − B ไปเซต B − A มีค่าเท่าใด

1) 16 จำนวน
2) 32 จำนวน
3) 64 จำนวน
4) 128 จำนวน

9. ถ้าสามจำนวนนี้เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิตคือ $x - 2, x, x^2 - 4$ แล้วผลบวกของค่า x ทั้งหมดตรงกับข้อใด

1) −2
2) −1
3) 1
4) 2

เฉลย

1. **เฉลย 4)** $n(A \cap B \cap C) = 1$

จากสูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

และ $n(A \cup B \cup C) = n(U) = 5$

จะได้ว่า $5 = 3 + 3 + 3 - 2 - 2 - 2 + n(A \cap B \cap C)$

$n(A \cap B \cap C) = 5 - 9 + 6 = 2$

2. **เฉลย 2)** $\{3\} \in P(A)$

ที่ถูกต้อง คือ $\{\{3\}\} \in P(A)$

3. **เฉลย 2)** ก. ถูก และ ข. ผิด

จาก $0 < a < b$

สมมติให้ $a = 4, b = 9$

จาก $d < c < 0$

สมมติให้ $d = -3, c = -2$

ก.
$$ac > bd$$
$$4(-2) > 9(-3)$$
$$-8 > -27$$

ดังนั้น ก. **ถูก**

ข.
$$\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$$
$$\frac{4}{-2} < \frac{9}{-3}$$
$$-2 < -3$$

ดังนั้น ข. **ผิด**

4. เฉลย 2) $[-1, 2]$

จาก $|2x + 1| \leq 5$

จะได้ $-5 \leq 2x + 1 \leq 5$

$$-5 - 1 \leq 2x + 1 - 1 \leq 5 - 1$$

$$-6 \leq 2x \leq 4$$

$$\frac{-6}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2}$$

$$-3 \leq x \leq 2$$

จะได้ $A = [-3, 2]$

จาก $|x + 3| \geq 2$

จะได้ $x + 3 \leq -2$ หรือ $|x + 3| \geq 2$

$x \leq -5$ หรือ $x \geq -1$

จะได้ $B = (-\infty, -5] \cup [-1, \infty)$

ดังนั้น $A \cap B = [-1, 2]$

5. เฉลย 4) 18

ให้ $p(x) = x^2 + 2x - 1$

จาก $x - 1$ หารพหุนาม $x^2 + 2x - 1$ เศษเหลือมีค่าเท่ากับ a

นั่นคือ $p(1) = a$

$$1^2 + 2(1) - 1 = a$$

$$a = 2$$

ให้ $q(x) = x^2 + 3ax - b$

$$q(x) = x^2 + 3(2)x - b$$

$$q(x) = x^2 + 6x - b$$

จาก $x - 2$ หารพหุนาม $x^2 + 3ax - b$ ลงตัว

นั่นคือ $q(2) = 0$

$$2^2 + 6(2) - b = 0$$

$$b = 16$$

ดังนั้น $a + b = 2 + 16 = 18$

6. เฉลย 3) 125

จาก $\left[\dfrac{5^{5n+1}+5^{4n+1}}{5^{3n+1}+5^{2n+1}}\right]^{3/2n} = \left[\dfrac{5^{4n+1}(5^n+1)}{5^{2n+1}(5^n+1)}\right]^{3/2n}$

$$= \left[\frac{5^{4n+1}}{5^{2n+1}}\right]^{3/2n}$$

$$= [5^{(4n+1)-(2n+1)}]^{3/2n}$$

$$= [5^{2n}]^{3/2n}$$

$$= 5^{2n \cdot 3/2n}$$

$$= 5^3$$

$$= 125$$

7. เฉลย 1) 2

จาก $\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$

$$\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{(5+2) - 2\sqrt{5 \cdot 2}}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{a} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

จะได้ $a = 2$

8. เฉลย 3) 64 จำนวน

$$A - B = \{1, 2, 3\}$$

จะได้ $n(A - B) = 3$

$$B - A = \{\{1\}, \{2, 3\}\}$$

จะได้ $n(B - A) = 2$

จากสูตร จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจากเซต A ไปเซต B เท่ากับ $2^{n(A) \times n(B)}$

ดังนั้น จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจากเซต A - B ไปเซต B - A

เท่ากับ $2^{n(A-B) \times n(B-A)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$ จำนวน

9. **เฉลย 3)** 1

จาก $x - 2, x, x^2 - 4$ เป็นลำดับเลขคณิต

นั่นคือ $(x^2 - 4) - x = x - (x - 2)$

$$x^2 - x - 4 = 2$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

จะได้ $x = -2, 3$

ดังนั้น ผลบวกของค่า x ทั้งหมดเท่ากับ $-2 + 3 = 1$

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧