



## 7. การเปลี่ยนฐานลอการิทึม และลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithm)

### 7.1 การเปลี่ยนฐานลอการิทึม

การเปลี่ยนฐานลอการิทึมจากฐานหนึ่งไปอีกฐานหนึ่ง เช่น ต้องการเปลี่ยน  $\log_b x$  ให้อยู่ในรูปของ  $\log_a x$  ทำได้ดังนี้

$$\text{ให้} \quad y = \log_b x \quad \text{เมื่อ} \quad b > 0 \quad \text{และ} \quad b \neq 1$$

$$\text{จะได้} \quad x = b^y$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \log_a x = \log_a b^y \quad \text{เมื่อ} \quad a > 0 \quad \text{และ} \quad a \neq 1$$

$$\log_a x = y \log_a b$$

$$y = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

นั่นคือ

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

เนื่องจากตารางลอการิทึมที่กำหนดให้เป็นตารางลอการิทึมสามัญ ดังนั้นในการหาค่าลอการิทึมฐาน  $b$  ใดๆ จะกระทำโดยเปลี่ยนฐานมาเป็นฐานสิบดังนี้

$$\log_b x = \frac{\log x}{\log b}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $\log_3 5 = 1.565$  จงหาค่า  $\log_{27} 5$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \log_{27} 5 &= \frac{\log_3 5}{\log_3 27} \\ &= \frac{\log_3 5}{\log_3 3^3} \\ &= \frac{\log_3 5}{3 \log_3 3} \\ &= \frac{1.565}{3} \\ &= 0.5217 \end{aligned}$$

### 7.2 ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithm)

นอกจากลอการิทึมสามัญ ยังมีลอการิทึมอีกฐานหนึ่งที่มีประโยชน์มากต่อการศึกษาชั้นสูง โดยเฉพาะด้านสาขาวิทยาศาสตร์ คือลอการิทึมที่มีฐานเท่ากับ  $e$  ( $e$  เป็นจำนวนอตรรกยะมีค่าประมาณ 2.71828) ซึ่งเรียกลอการิทึมฐาน  $e$  ว่า ลอการิทึมธรรมชาติ หรือลอการิทึมแบบเนเปียร์ (Napierian Logarithm)

\*\* ในการเขียนลอการิทึมฐาน  $e$  นิยมเขียน  $\ln x$  แทน  $\log_e x$  \*\*

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่าของ

1.  $\ln e = 1$

2.  $\ln e^2 = 2 \ln e = 2$

3.  $\ln \frac{1}{e} = \ln e^{-1} = -\ln e = -1$

การหาค่า  $\ln x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก หาโดยลอการิทึมสามัญ ดังนี้

$$\ln x = \log_e x = \frac{\log x}{\log e}$$

แต่  $\log e = \log 2.718 \approx 0.4343$

ดังนั้น

$$\ln x = \frac{\log x}{0.4343} = (2.3026)\log x$$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่าของ  $\ln 728$ 

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\ln 728 &= (2.3026)\log 728 \\ &= (2.3026)(\log 7.28 + 2) \\ &= (2.3026)(0.8621 + 2) \\ &= 6.5903\end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาค่าของ  $\ln 0.163$ 

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\ln 0.163 &= (2.3026)\log 0.163 \\ &= (2.3026)[\log 1.63 + (-1)] \\ &= (2.3026)[0.2122 + (-1)] \\ &= (2.3026)(-0.7878) \\ &= -1.814\end{aligned}$$

**แบบฝึกหัดที่ 7**

1. กำหนดให้  $\log_2 3 = 1.248$  จงหาค่า  $\log_8 9$



2. กำหนดให้  $\log_5 3 = 0.2226$  จงหาค่า  $\log_{25} \left( \frac{1}{9} \right)$

3. จงหาค่าของ  $\ln 526$

4. จงหาค่าของ  $\ln 412$

5. จงหาค่าของ  $\ln 0.0235$

6. จงหาค่าของ  $\ln 0.182$

7. จงหาค่าของ  $\log_3 246$

8. จงหาค่าของ  $\log_{15} 0.0292$