

10. อสมการลอการิทึม

อสมการลอการิทึม หมายถึง อสมการที่มีพจน์บางพจน์อยู่ในรูปลอการิทึม

การแก้สมการลอการิทึม แก้โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดมาช่วยแก้ปัญหานั้นคือ

กำหนดให้ $a > 0$, $a \neq 1$ และ x_1, x_2 เป็นจำนวนจริงบวก

1. $\log_a x_1 = \log_a x_2$ ก็ต่อเมื่อ $x_1 = x_2$

2. ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว

$\log_a x_1 < \log_a x_2$ ก็ต่อเมื่อ $x_1 > x_2$

3. ถ้า $a > 1$ แล้ว

$\log_a x_1 < \log_a x_2$ ก็ต่อเมื่อ $x_1 < x_2$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของอสมการ $\log_4 (2x - 4) < \log_4 (x + 1)$

วิธีทำ จาก $\log_4 (2x - 4) < \log_4 (x + 1)$

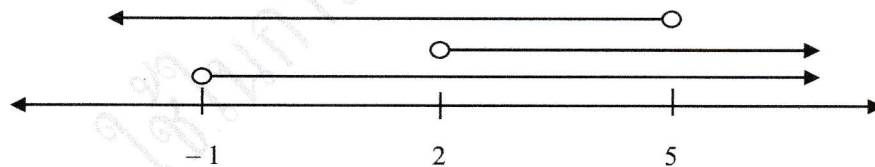
ขอบเขตของตัวแปรคือ $(2x - 4) > 0$ และ $(x + 1) > 0$

เนื่องจากฐานลอการิทึม $= 4 > 1$ (เป็นฟังก์ชันเพิ่ม) ดังนั้น

$(2x - 4) < (x + 1)$ และ $(2x - 4) > 0$ และ $(x + 1) > 0$

ดังนั้น $x < 5$ และ $x > 2$ และ $x > -1$

หรือ จะได้ว่า $2 < x < 5$



จากรูป จะได้ว่า เซตคำตอบ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\} = (2, 5)$



1. จงหาเซตคำตอบของอสมการ $\log_{\frac{1}{2}} (x + 3) \leq \log_{\frac{1}{2}} (2x - 6)$



2. จงหาเซตคำตอบของอสมการ $\log_3 (2x + 3) < \log_3 (2 - 3x)$

3. จงหาเซตคำตอบของอสมการ $\log_5 (a^2 - 3a + 2) > \log_5 (-a + 5)$

4. จงหาเซตคำตอบของอสมการ $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_1 (x^2 + x - 2)^{\frac{1}{2}}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_1 (x - 1)^{\frac{1}{2}}}$