



## 2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของสองเท่าของจำนวนจริงหรือมุม

เราสามารถให้ความรู้เรื่อง  $\sin(A+B)$ ,  $\cos(A+B)$  และ  $\tan(A+B)$  ช่วยในการหาค่าของ  $\sin 2A$ ,  $\cos 2A$  และ  $\tan 2A$  ได้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิสูจน์ให้เห็นว่าแต่ละข้อต่อไปนี้จริง

$$1. \sin 2A = 2\sin A \cos A$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \sin 2A &= \sin(A+A) \\ &= \sin A \cos A + \cos A \sin A \\ &= 2 \sin A \cos A \end{aligned}$$

$$2. \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \cos 2A &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$3. \cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \cos 2A &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$2. \cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \cos 2A &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

\*\*\* ส่วนสูตรที่เหลือ ให้นักเรียนลองพิสูจน์เอง \*\*\*

กำหนดให้ A เป็น จำนวนจริง หรือมุมใด ๆ		
$\sin 2A$	=	$2\sin A \cos A$
	=	$\frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$
$\cos 2A$	=	$\cos^2 A - \sin^2 A$
	=	$1 - 2\sin^2 A$
	=	$2 \cos^2 A - 1$
	=	$\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
$\tan 2A$	=	$\frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่าของ  $\cos 105^\circ$

วิธีทำ ให้  $\theta = 105^\circ$  ดังนั้น  $2\theta = 210^\circ$

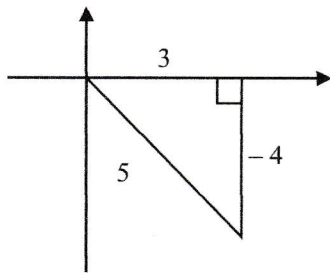
$$\text{จาก } \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$$

$$\text{ดังนั้น } \cos 210^\circ = 2\cos^2 105^\circ - 1$$

$$\begin{aligned}-\cos 30^\circ &= 2\cos^2 105^\circ - 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} &= 2\cos^2 105^\circ - 1 \\ \cos^2 105^\circ &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาค่าของ  $\sin 2A$  เมื่อกำหนด  $\cos A = \frac{3}{5}$  และ  $\frac{3\pi}{2} < A < 2\pi$

**วิธีทำ**  $\cos A = \frac{3}{5}$



$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \sin 2A &= 2\sin A \cos A \\ &= 2\left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) \\ &= -\frac{24}{25} \\ \text{ดังนั้น } \sin 2A &= -\frac{24}{25}\end{aligned}$$

### แบบฝึกหัดที่ 2

1. กำหนด  $\cos A = -\frac{4}{5}$  และ  $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$  จงหาค่าของ

1)  $\sin 2A$

2)  $\cos 2A$

2. กำหนด  $\tan \theta = -\frac{1}{2}$  และ  $\frac{\pi}{2} < A < \pi$  จงหาค่าของ

1)  $\sin 2A$

2)  $\tan 2A$



3. กำหนดให้  $\tan 10^\circ = a$  จงหาค่าของ  $\frac{\tan 178^\circ - \tan 108^\circ}{1 + \tan 178^\circ \tan 108^\circ}$

4. จงหาค่าของ  $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta}$

5. กำหนดให้  $\tan \theta = m$  จงหาค่าของ  $\frac{\cos 2\theta + 1}{\sin 2\theta}$

6. จงหาค่าของ  $\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)}$  เมื่อ  $\theta = \frac{\pi}{8}$



7. กำหนดให้  $\tan \theta = a$  จงหาค่าของ  $\frac{\sin 4\theta - 2 \sin 2\theta}{\sin 4\theta + 2 \sin 2\theta}$

8. กำหนดให้  $\sin 2A = k$  จงหาค่าของ  $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A}$  เมื่อ  $\frac{\pi}{2} < 2A < \pi$

9. กำหนดให้  $\cot \theta = \frac{1}{2}$  จงหาค่าของ  $\frac{\sin 2\theta - \cos 2\theta + 1}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$

10. จงหาค่าของ  $\left( \sin \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} \right)^2$