

## 5. ผลคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ในเรื่องนี้จะกล่าวถึงเอกลักษณ์ของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ซึ่งเป็นเอกลักษณ์ที่ว่าด้วยการเปลี่ยนผลคูณของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ ให้เป็นผลบวกหรือผลต่างของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์

ผลคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลบวกหรือผลต่าง

$$\text{เนื่องจาก} \quad \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{และ} \quad \sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad \text{----- (2)}$$

$$(1)+(2) \quad \sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cos B$$

กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนจริง หรือมุมใด ๆ

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ

$$\begin{aligned} 1) \quad 2 \sin 45^\circ \cos 15^\circ &= \sin(45^\circ + 15^\circ) + \sin(45^\circ - 15^\circ) \\ &= \sin 60^\circ + \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \cos 45^\circ \cos 15^\circ &= \frac{2}{2} \cos 45^\circ \cos 15^\circ \\ &= \frac{1}{2} [\cos(45^\circ + 15^\circ) + \cos(45^\circ - 15^\circ)] \\ &= \frac{1}{2} (\cos 60^\circ + \cos 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 4 \sin 75^\circ \sin 15^\circ &= 2(2 \sin 75^\circ \sin 15^\circ) \\ &= 2 [\cos(75^\circ - 15^\circ) - \cos(75^\circ + 15^\circ)] \\ &= 2(\cos 60^\circ - \cos 90^\circ) \end{aligned}$$



$$= 2\left(\frac{1}{2} - 0\right)$$

$$= 1$$



จงหาคำตอบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.  $2 \cos 45^\circ \sin 15^\circ$

2.  $6 \cos 15^\circ \cos 165^\circ$

3.  $3 \sin 255^\circ \cos 435^\circ$

4.  $\frac{1}{2} \sin 165^\circ \sin 15^\circ$

5.  $2 \sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 50^\circ$

6.  $\frac{1}{2} \cos 80^\circ \cos 70^\circ - \frac{1}{4} \sin 80^\circ$



7.  $4 \sin 110^\circ \sin 40^\circ - 2 \sin 20^\circ$

8.  $2 \sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ$

9.  $2 \cos 50^\circ \cos 10^\circ - 2 \sin 40^\circ \sin 20^\circ + 2 \sin 30^\circ \sin 10^\circ$

10.  $\sin 40^\circ \sin 80^\circ \sin 160^\circ$

11.  $\cos 15^\circ \cos 75^\circ \cos 105^\circ \cos 195^\circ$