



6. ผลบวกและผลต่างของฟังก์ชันตรีโกณมิติในรูปผลคูณ

$$\text{เนื่องจาก} \quad \sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{และ} \quad \sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y \quad \text{----- (2)}$$

$$(1)+(2) \quad \sin(x+y) + \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y \quad \text{----- (3)}$$

$$\text{ถ้าให้} \quad A = x+y \quad \text{และ} \quad B = x-y$$

$$\text{ดังนั้น} \quad A+B = 2x \quad \text{และ} \quad A-B = 2y$$

$$\frac{A+B}{2} = x \quad \text{และ} \quad \frac{A-B}{2} = y$$

จาก (3) จะได้

กำหนดให้ A และ B เป็นจำนวนจริง หรือมุมใด ๆ

$$\sin A + \sin B = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ

$$\begin{aligned} 1) \sin 105^\circ + \sin 195^\circ &= 2 \sin\left(\frac{105+195}{2}\right) \cos\left(\frac{105-195}{2}\right) \\ &= 2 \sin 150^\circ \cos(-45^\circ) \\ &= 2 \sin 30^\circ \cos 45^\circ \\ &= 2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \cos 20^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ &= \cos 20^\circ + (\cos 100^\circ + \cos 140^\circ) \\ &= \cos 20^\circ + 2 \cos 120^\circ \cos(-20^\circ) \\ &= \cos 20^\circ - 2 \cos 60^\circ \cos 20^\circ \\ &= \cos 20^\circ - 2 \left(\frac{1}{2}\right) \cos 20^\circ \\ &= 0 \end{aligned}$$

**แบบฝึกหัดที่ 6**

จงหาคำตอบของจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $\sin 105^\circ + \sin 15^\circ$

2. $\cos 105^\circ - \cos 195^\circ$

3. $\frac{\cos 12^\circ - \cos 72^\circ}{\sin 42^\circ}$

4. $\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}$

5. $\cos 20^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ$

6. $2 \cos 35^\circ \cos 70^\circ - \cos 35^\circ + \cos 15^\circ$

7. กำหนด $\sin 5^\circ = a$ จงหาค่าของ $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$ ในรูปของ a



8. กำหนด $0 < A < \frac{\pi}{2}$ และ $\sin A = \frac{3}{5}$ จงหาค่าของ $\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$

9. จงหาค่าของ $\sin 80^\circ + \sin 70^\circ - \sin 50^\circ - \sin 40^\circ - \sin 20^\circ - \sin 10^\circ$

10. กำหนด $\theta = \frac{\pi}{18}$ จงหาค่าของ $\frac{\sin 3\theta + \sin 5\theta + \sin 7\theta + \sin 9\theta}{\cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta + \cos 9\theta}$

11. จงพิสูจน์ว่า $\frac{\sin A + \sin 2A + \sin 4A + \sin 5A}{\cos A + \cos 2A + \cos 4A + \cos 5A} = \tan 3A$