

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

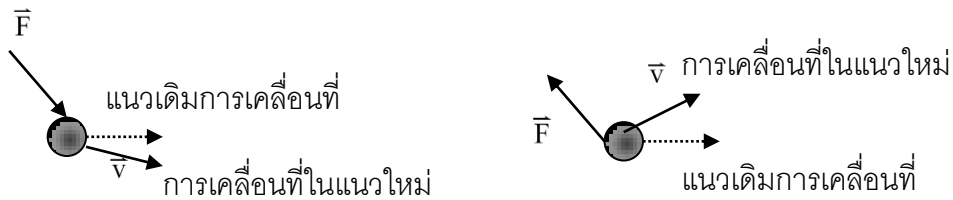
การเคลื่อนที่ของวัตถุใดๆ จะมีการเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลง ก็ต่อเมื่อมีแรงที่ไม่เป็นกับศูนย์มากระทำต่อวัตถุ ดังนี้

1. ทิศของแรงที่มากระทำต่อวัตถุ มีทิศในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ ผลทำให้แนวการเคลื่อนที่นั้น อยู่ในแนวเดิมเป็นเส้นตรง (1 มิติ) โดยการเคลื่อนที่ของวัตถุจะเร็วขึ้นเมื่อแรงนั้นมีทิศเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ และจะช้าลงเมื่อแรงนั้นมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ ดังรูป. 1

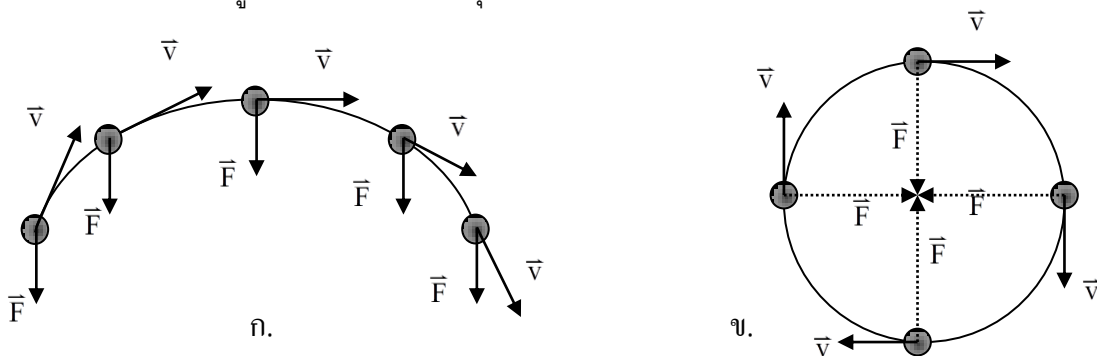


รูป. 1 แรงมีแนวเดียวกับการ

2. ทิศของแรงที่มากระทำต่อวัตถุ มีทิศทำมุมกับแนวการเคลื่อนที่ ผลทำให้แนวการเคลื่อนที่เปลี่ยนไปจากเดิม ดังรูป 2. หรือแนวการเคลื่อนที่เป็นแนวโค้ง เมื่อ แรงนั้นกระทำต่อวัตถุตลอดเวลาที่เคลื่อนที่ ดังรูป 3. การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้เป็นการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ



รูป. 2 แรงมีแนวทำมุมกับการเคลื่อนที่ ขณะใดขณะหนึ่ง

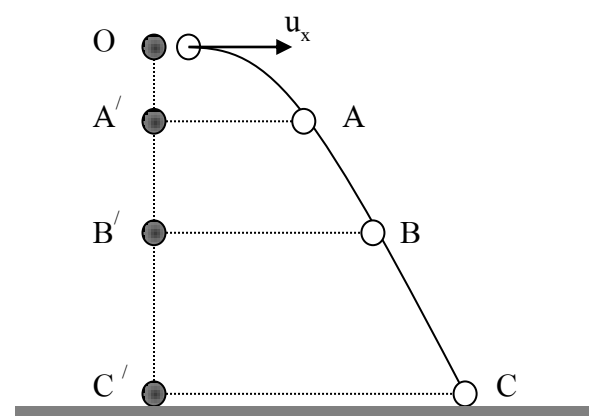


รูป. 3 แรงมีแนวทำมุมกับการเคลื่อนที่ ตลอดเวลา

ในที่นี้เราจะกล่าวถึงการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง (2 มิติ) ที่แรงใดๆกระทำต่อวัตถุในแนวทำมุมใดๆกับแนวการเคลื่อนที่ตลอดเวลา ดังรูป 3 ก. เช่น การขว้างวัตถุทำมุมใดๆกับแนวระดับ หรือขว้างจากยอดตึก หรือ

หน้าผา ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่จะมีแรงดึงดูดของโลกกระทำต่อวัตถุนั้นตลอดเวลา โดยการเคลื่อนที่นั้นจะได้ระยะทั้งในแนวระดับและในแนวตั้ง แนวการเคลื่อนที่นั้นจะมีลักษณะเป็นแนวโค้งแบบพาราโบลา เราเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า **การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์**

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์นี้ จะประกอบไปด้วยการเคลื่อนที่ 2 แนวตั้งฉากกันและกัน และเกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน คือการเคลื่อนที่ในแนวราบ และการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง โดยแสดงให้เห็นจากการทดลองเกี่ยวกับการตกของวัตถุ พร้อมกับการตีให้วัตถุนั้นกระเด็นออกไปพร้อมกันจากจุดเดียวกัน ซึ่งอยู่จากที่สูงจากพื้นระดับหนึ่ง ดังรูป



รูป 4. แสดงวัตถุตกในแนวตั้ง และถูกตีตออกในแนวระดับ

4. พบว่า

1. วัตถุที่ตกในแนวตั้ง มีการกระจัดในแนวตั้งเพียงแนวเดียว ส่วนวัตถุที่ถูกตี มีการกระจัดทั้งในแนวตั้งและในแนวระดับ
2. วัตถุทั้งสองมีการกระจัดในแนวตั้งเท่ากัน เพราะตกถึงพื้นพร้อมกัน และเวลาที่ใช้เท่ากัน
3. วัตถุทั้งสองถูกแรงดึงดูดของโลกกระทำเพียงแรงเดียว (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ) มีความเร่งในแนวตั้งเท่ากันคือ g

ปริมาณต่างๆ ที่ควรทราบในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ ดังรูป 5.

การเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ประกอบด้วย การเคลื่อนที่ 2 แนวที่เป็นอิสระต่อกัน จึงแยกคำนวณออกเป็น 2 แนว คือ

1. ในแนวระดับ จะไม่มีแรงใดๆมากระทำขณะเคลื่อนที่ จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว สมการที่เกี่ยวข้องคือ

$$S_x = u_x t$$

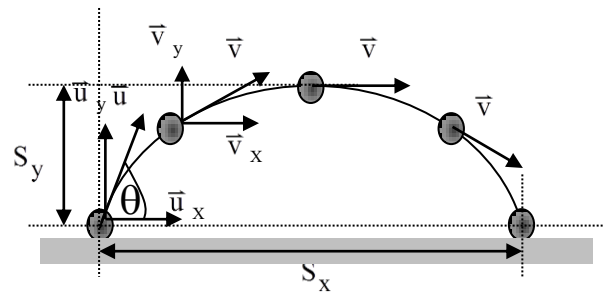
2. ในแนวตั้ง จะมีแรงดึงดูดของโลกกระทำตลอดเวลาการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นสมการที่เกี่ยวข้อง คือ

$$v_y = u_y + gt \quad \text{เมื่อ } S_x \text{ คือ การกระจัดในแนวระดับ , } S_y \text{ คือ การกระจัดในแนวตั้ง}$$

$$S_y = u_y t + \frac{1}{2} gt^2 \quad u_x \text{ คือ ความเร็วต้นในแนวระดับ , } u_y \text{ คือ ความเร็วต้นในแนวระดับ}$$

$$v_y^2 = u_y^2 + 2gS_y \quad v_x \text{ คือ ความเร็วใดๆในแนวระดับ , } v_y \text{ คือ ความเร็วใดๆในแนวตั้ง}$$

t คือ เวลาในการเคลื่อนที่ , θ คือ มุมที่ทำกับแนวระดับ



รูป 5. ปริมาณต่างๆ ในการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ตัวอย่างการแก้ปัญหาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์

ตัวอย่าง 1 ขว้างวัตถุด้วยความเร็ว 15 เมตรต่อวินาที ทำมุม 60 องศา กับแนวระดับ เมื่อไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหา

- นานเท่าใดก่อนหินจึงจะตกถึงพื้น
- วัตถุนั้นตกห่างจากจุดโยนเท่าใด
- วัตถุนั้นอยู่สูงจากพื้นดินมากที่สุดเท่าใด

วิธีทำ ก. แสดงว่าให้หาเวลาทั้งหมด

$$\text{จากสมการ } v_y = u_y + gt$$

ขนาด ของ $v_y = u_y$ เพราะในระดับเดียวกันขนาดความเร็วเท่ากันแต่ทิศตรงข้าม จะได้ $v_y = -u_y$
ค่า g จะติดลบ เพราะมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ จะได้เป็น $-g$, $t = T$ (เวลาทั้งหมด)

$$\text{แทนค่าจะได้ } -u_y = u_y - gT$$

$$gT = u_y + u_y = 2u_y$$

$$T = \frac{2u_y}{g} = \frac{2u \sin\theta}{g} = \frac{2(15)(\sin 60^\circ)}{(10)} = \frac{2(15)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(10)}$$

$$T = 1.5\sqrt{3} = 1.5(1.73) = 2.595 = 2.60 \text{ s}$$

ตอบ ใช้เวลานาน ประมาณ 2.60 วินาที จึงตกถึงพื้นดิน

ข. หาระยะในแนวระดับ

$$\text{จากสมการ } S_x = u_x t \quad , \quad t = T \text{ (เวลาทั้งหมด)}$$

$$\text{จะได้ } S_x = u \cos\theta T$$

$$S_x = (15) \cos 60^\circ (1.5\sqrt{3}) = (15)(0.5)(1.5\sqrt{3}) = 19.4625 \text{ m}$$

ตอบ วัตถุตกห่างจากจุดโยนเท่ากับ 19.46 เมตร

ค. หาระยะสูงสุด

$$\text{จากสมการ } v_y^2 = u_y^2 + 2gS_y$$

ค่า g จะติดลบ เพราะมีทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ จะได้เป็น $-g$, จะได้ $v_y = 0$ (ศูนย์)

$$\text{จะได้ } 0 = u_y^2 - 2gS_y$$

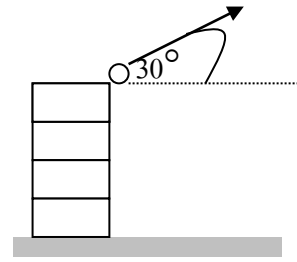
$$2gS_y = u_y^2$$

$$S_y = \frac{u_y^2}{2g} = \frac{(u \sin\theta)^2}{2g} = \frac{(15 \times \frac{\sqrt{3}}{2})^2}{2(10)} = 8.4375 \text{ m}$$

ตอบ วัตถุอยู่สูงจากพื้นได้มากที่สุด 8.44 เมตร

ตัวอย่าง 2. ขว้างวัตถุจากยอดตึกด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ถ้าวัตถุนั้นลอยอยู่ในอากาศนาน 6 วินาที จงหา

- วัตถุอยู่ห่างจากฐานตึกเท่าใดขณะตกถึงพื้น
- ความสูงของยอดตึก
- ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น
- ที่เวลา 4 วินาที วัตถุนั้นอยู่ห่างจากจุดโยนเท่าใด



วิธีทำ ก. หาระยะจากจุดที่วัตถุตกอยู่ห่างจากฐานตึก

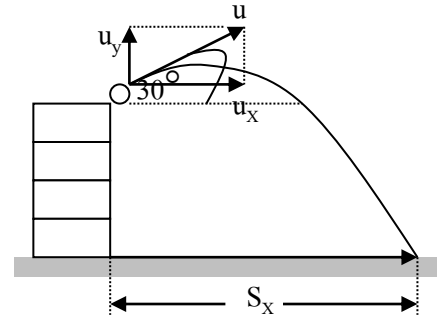
จากสมการ $S_x = u_x t$

จะได้ $S_x = u \cos \theta t$

$$S_x = (20) \cos 30^\circ (6)$$

$$S_x = (20) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (6)$$

$$S_x = 60\sqrt{3} \text{ m}$$



ตอบ จุดที่วัตถุตกอยู่ห่างจากฐานตึกเท่า $60\sqrt{3}$ เมตร

ข. หาความสูงของตึก

$$S_y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$S_y = u \sin 30^\circ t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$S_y = (20) \left(\frac{1}{2} \right) (6) - \frac{1}{2} (10) (6)^2$$

$$S_y = 60 - 180 = -120 \text{ m}$$

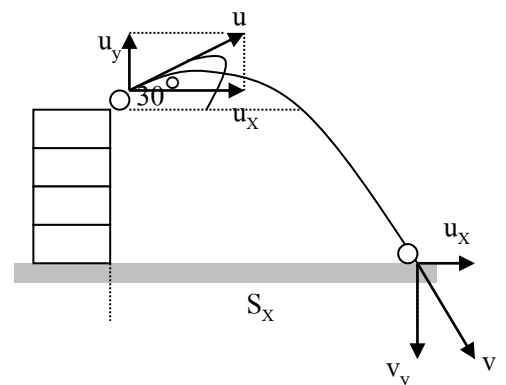
ค่า -120 ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วัตถุตกถึงพื้นต่ำกว่าระดับที่ขว้างอยู่ 120 เมตร

ตอบ ตึกสูง 120 เมตร

ค. ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น

ความเร็วของวัตถุ ณ ตำแหน่งใดๆ จะมีองค์ประกอบของความเร็วอยู่ 2 แนว คือ ความเร็วในแนวระดับ และความเร็วในแนวตั้ง

ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้น จะต้องหาความเร็วในแนวระดับขณะกระทบพื้น และความเร็วในแนวตั้งขณะกระทบพื้น



ความเร็วในแนวระดับขณะกระทบพื้น คือ $u_x = u \cos 30^\circ = (20) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$

โดยจะเท่ากับความเร็วในแนวระดับขณะที่ขว้างออกมา

เพราะในแนวระดับ จะไม่มีแรงใดๆมากระทำ ความเร็วในแนวระดับจึงไม่เปลี่ยนแปลง

ในแนวตั้งจะมีแรงกระทำเพียงแรงเดียวคือแรงดึงดูดของโลก เพราะฉะนั้น จึงเกิดความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก เราสามารถหาความเร็วขณะกระทบพื้นได้

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ} \quad v_y &= u_y + gt \\ v_y &= u \sin\theta - gt \\ v_y &= u \sin 30^\circ - gt \\ v_y &= (20)\left(\frac{1}{2}\right) - (10)(6) \\ v_y &= -50 \quad \text{m/s} \end{aligned}$$

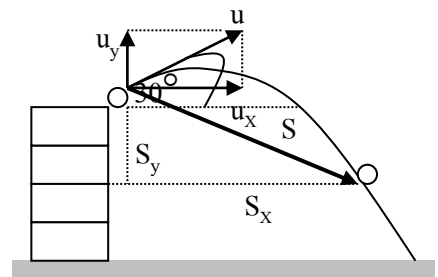
ค่า -50 m/s แสดงให้ทราบว่า ความเร็วในแนวตั้งมีขนาด 50 m/s มีทิศตรงข้ามกับความเร็วต้นในแนวตั้งขณะที่ขว้างออกมา เพราะฉะนั้น ขนาดของ $v_y = 50 \text{ m/s}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นความเร็วขณะกระทบพื้น} \quad v &= \sqrt{u_x^2 + v_y^2} \\ v &= \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (50)^2} \\ v &= \sqrt{300 + 2500} \\ v &= \sqrt{2800} \\ v &= 20\sqrt{7} \quad \text{m/s} \end{aligned}$$

ตอบ ความเร็วของวัตถุขณะกระทบพื้นเท่ากับ $20\sqrt{7}$ เมตรต่อวินาที

ง. ที่เวลา 4 วินาที วัตถุอยู่นอกจากจุดโยนเท่าใด

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad S_y &= u_y t + \frac{1}{2} gt^2 \\ S_y &= u \sin 30^\circ t - \frac{1}{2} gt^2 \\ S_y &= (20)\left(\frac{1}{2}\right)(4) - \frac{1}{2}(10)(4)^2 \\ S_y &= 40 - 80 = -40 \quad \text{m} \end{aligned}$$



ค่า -40 ที่ได้แสดงให้เห็นว่า วัตถุตกถึงพื้นต่ำกว่าระดับที่ขว้าง อยู่ 40 เมตร

$$\text{จากสมการ} \quad S_x = u_x t$$

จะได้

$$\begin{aligned} S_x &= u \cos\theta t \\ S_x &= (20) \cos 30^\circ (4) \\ S_x &= (20)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(4) \end{aligned}$$

$$S_x = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

ดังนั้นที่เวลา 4 วินาที วัตถุอยู่นั้นอยู่ห่างจากจุดโยน คือการกระจัด S

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$$

$$S = \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (40)^2}$$

$$S = \sqrt{4800 + 1600}$$

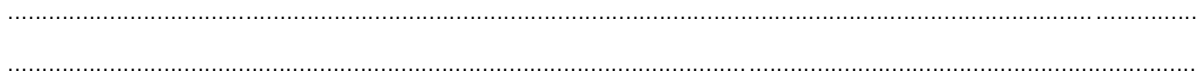
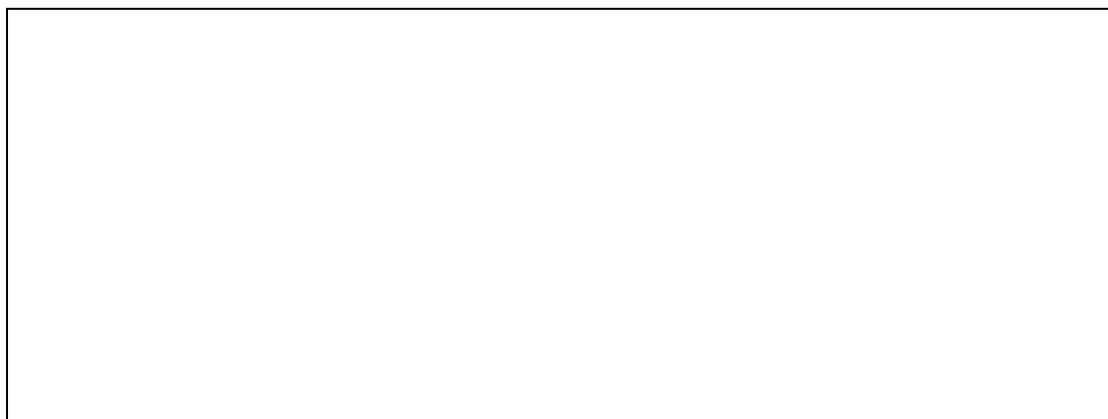
$$S = \sqrt{6400}$$

$$S = 80 \text{ m}$$

ตอบ ที่เวลา 4 วินาที วัตถุอยู่นั้นอยู่ห่างจากจุดโยนเท่ากับ 80 เมตร

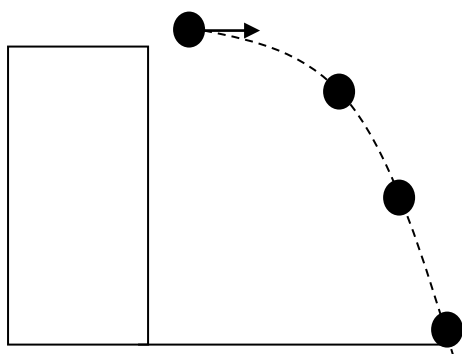
แบบฝึกหัดเรื่องโพรเจกไทล์

1. จงวาดภาพแสดงวิถีการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโพรเจกไทล์พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

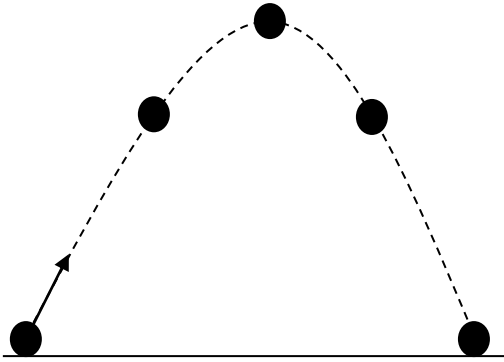


2. จงเขียนองค์ประกอบของ **ความเร็ว การกระจัด** ตามแนวราบและแนวตั้งของการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ดังกรณีต่อไปนี้

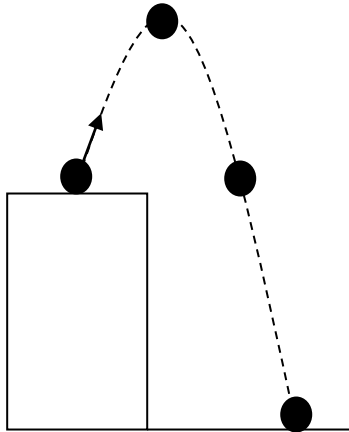
2.1



2.2

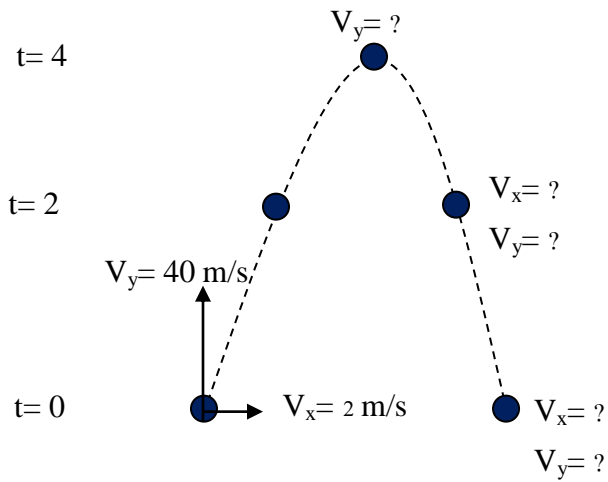


2.3



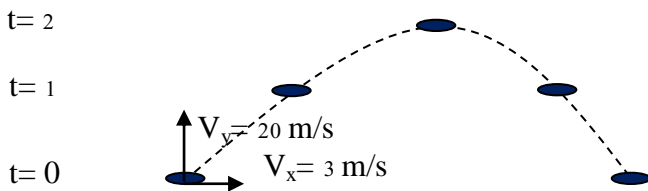
3. จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

3.1



1. ที่เวลา 4 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s
2. ที่เวลา 6 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s
3. ที่เวลา 8 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s

3.2



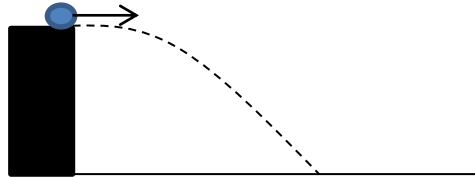
1. ที่เวลา 1 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s
2. ที่เวลา 3 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s
3. ที่เวลา 4 วินาที จะมี $v_x = \dots\dots\dots$ m/s และ $v_y = \dots\dots\dots$ m/s

4. จงอธิบายการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวราบและแนวตั้ง

แนวราบ.....

 แนวตั้ง.....

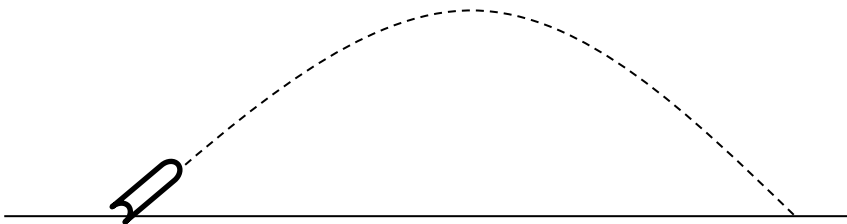
5. ปาวัดถูกยิงจากหน้าผาในแนวราบ สูง 80 เมตร และตกห่างจากเชิงผาด้านล่าง 40 เมตร



จงหา

- 5.1 เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ในอากาศ
- 5.2 อัตราเร็วที่วัตถุถูกปาในแนวราบ

6. ปืนใหญ่ยิงกระสุนออกไปด้วยความเร็ว 50 เมตร/วินาที ทำมุม 37 องศา กับแนวราบ



จงหา

- 6.1 เวลาที่กระสุนเคลื่อนที่ในอากาศ
- 6.2 กระสุนขึ้นไปสูงสุดเท่าใด
- 6.3 กระสุนไปตกที่ระยะห่างจากจุดยิงเท่าไร

